

MATH204

Série 3 : Polynômes et fractions rationnelles (2 séances).

Séance 7 : ex1 (1,4,5,6), ex2 (1), ex3 (1,2,3)

Séance 8 : ex1 (2,3,7,8), ex2 (1,2,3), ex3 (4,5,6,7).

Exercice 1

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1. $z^2 - z + 2 = 0$
2. $z^2 + (3 - 2i)z + 5 - 5i = 0$
3. $(2 - i)z^2 - (3 + i)z - 2 + 6i = 0$
4. $z^3 + (2i - 5)z^2 + 7(1 - i)z - 2 + 6i = 0$, sachant qu'elle admet une racine réelle que l'on calculera.
5. $z^4 - z^2 + 1 = 0$
6. $z^3 - 3z^2 + z + 5 = 0$
7. $(z^2 + 4z + 1)^2 + (3z + 5)^2 = 0$
8. $z^5 - 4z^4 + 9z^3 - 21z^2 + 20z - 5 = 0$ en sachant que deux des solutions ont un produit égal à 5.

Exercice 2

Effectuer la division euclidienne de A par B :

1. $A(X) = X^5 + X^4 - X^3 + X - 1$, $B(X) = X^3 + X^2 + 2$.
2. $A(X) = X^7 + 2X^6 + 3X^5 + 2X^2 + 7X + 4$, $B(X) = X^5 + 2$.
3. $A(X) = 2X^6 + 3X^5 + X^4 + 3X^3 + 5X^2 + 5X + 13$, $B(X) = X^4 + X + 1$.

Exercice 3

Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles réelles suivantes :

$$\frac{x^2 - 3x + 1}{x^3 - 2x^2 + x}, \quad \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2 + x + 1}, \quad \frac{(x - 1)^3}{x^2 - 4}, \quad \frac{x^4 + 4}{x^4 - 4}, \quad \frac{1}{x^3 + 1},$$

$$\frac{x^4 + 2}{x(x^2 - 1)}, \quad \frac{x^7 + 1}{x(x^2 + 1)}, \quad \frac{1}{x(x - 1)^3}.$$