UNIVERSITÉ DE SAVOIE MASS-SFT, L1, 2003-2004

Contrôle des connaissances de mathématiques pour les sciences, Math204 n°1.

Code apogée : EDA22504C1(SFT), EDM22504C1(MASS)

Vendredi 27 février 2004 (Durée : 1 heures)

IMPORTANT :

- **Reporter sur la copie cachetée l'intitulé complet de l'épreuve.**
- **Ne pas oublier de noter sur la copie cachetée TOUS les numéros des copies intercalaires.**
- **Aucun document et aucune calculatrice ne sont autorisés.**

Barème approximatif : Ex1 : 4 points; Ex2 : 4 points; Ex3 : 4 points; Ex4 : 6 points; Ex5 : 3 points.

E1) Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 et A^3, puis $A^3 - 2A^2 - A + 2I$.
2. En déduire que A est inversible et calculer A^{-1}.

E2) Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Calculer la matrice inverse de B en appliquant la méthode de Gauss.

E3) Résoudre le système suivant, en fonction du paramètre réel m :

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} (m-1)x & + & (1-m)y & + & (m^2-1)z & = & 1 \\ & & my & + & z & = & 1 \\ (1-m)x & - & y & - & z & = & -2 \end{array} \right.$$

E4) Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ défini sur $\mathbb{R}$, on considère les vecteurs :
$\overrightarrow{a} = (1,0,1)$, $\overrightarrow{b} = (0,1,-1)$, $\overrightarrow{c} = (1,1,-1)$, et $\overrightarrow{d} = (1,3,-2)$.

1. Reconnaître parmi les familles suivantes de vecteurs de $\mathbb{R}^3$, les familles libres, les familles génératrices et les bases de $\mathbb{R}^3$: $\{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, $\{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$, $\{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{d}\}$.
2. Déterminer le sous-espace vectoriel F engendré par $\{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$. En donner des équations paramétriques et cartésiennes, puis une base.
3. Soit $G = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;/\; x - y + z = 0,\ x - z = 0\}$. Montrer que G est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. En donner des équations paramétriques, puis une base. Quelle est sa dimension ?

E5) Calculer les déterminants suivants :

1 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$, *2* $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$