FEUILLE D'EXERCICES 0

Sommations, indices, tableaux

Rappels :

. *une suite* est une liste de nombres réels énumérés dans un ordre bien précis $x_1; x_2; \cdots; x_n$. Ici la suite a n éléments. On peut la noter $(x_i)_{i=1\ldots n}$. "i" est alors appelé *l'indice de la suite*. Il est dit muet car $(x_i)_{i=1\ldots n} = (x_k)_{k=1\ldots n}$.

. pour une suite $x_1; x_2; \cdots; x_{n-1}; x_n$ de n éléments, on note $\sum_{i=1}^{n} x_i$ la somme des termes $x_1; x_2; \cdots; x_n$. Autrement dit, $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_{n-1} + x_n$. "$i$" est alors appelé *l'indice de la somme* et "x_i" *le terme* de la somme.

Propriétés : pour $(x_i)_{i=1\ldots p}$ et $(y_i)_{i=1\ldots p}$ deux suites de réels à p éléments ; pour a et b deux nombres réels, on a :

$$\sum_{i=1}^{p}(a \times x_i) = a \times \left(\sum_{i=1}^{p} x_i\right)$$

$$\sum_{i=1}^{p}(a \times x_i - b \times y_i) = a \times \left(\sum_{i=1}^{p} x_i\right) - b \times \left(\sum_{i=1}^{p} y_i\right)$$

$$\sum_{i=1}^{p} a = p \times a$$

1. Soit la suite $(x_i)_{i=1\ldots 6}$ définie par $x_1 = 2$; $x_2 = 4$; $x_3 = 5$; $x_4 = 7$; $x_5 = 8$; $x_6 = 9$. Calculer $\sum_{i=1}^{3} x_i$; $\sum_{i=4}^{6} x_i$; $\sum_{i=1}^{6} x_i$; $\sum_{j=1}^{6} x_j$ en détaillant le calcul.

2. (a) Calculer $\sum_{i=1}^{7} 1$; $\sum_{i=0}^{7} 1$
   (b) On pose $a = 15$. Calculer $\sum_{i=1}^{8} a$; $\sum_{i=1}^{1500} a$.
   (c) Pour n un entier, que vaut $\sum_{i=1}^{n} a$?

3. Soit $(x_i)_{i=1\ldots 8}$ définie par $x_1 = 3$; $x_2 = 7$; $x_3 = 2$; $x_4 = 7$; $x_5 = 9$; $x_6 = 12$; $x_7 = 10$; $x_8 = 2$. On pose $a = 16$ et $b = 5$.
   (a) Calculer $\sum_{i=1}^{8} x_i$.
   (b) On note $S = \sum_{i=1}^{8} x_i$. Calculer $\sum_{i=1}^{8}(a \times x_i + b)$ de deux manières en détaillant les calculs.

4. On définit les deux suites :
   $(f_i)_{i=1\ldots 5}$ par $f_1 = 0,2$; $f_2 = 0,3$; $f_3 = 0,25$; $f_4 = 0,15$; $f_5 = 0,1$ et
   $(x_i)_{i=1\ldots 5}$ par $x_1 = 2$; $x_2 = 4$; $x_3 = 6$; $x_4 = 8$; $x_5 = 10$
   (a) Calculer $\sum_{i=1}^{5} f_i$ et $\sum_{i=1}^{5}(f_i \times x_i)$.
   (b) Pour tout nombre k entier compris entre 1 et 5 inclus, on définit $F_k = \sum_{i=1}^{k} f_i$. Calculer F_1 ; F_2 ; F_3 ; F_4 ; F_5.
   (c) Que vaut $F_k - F_{k-1}$?

5. On définit deux suites : $(x_i)_{i=1\ldots 4}$ par $x_1 = 4$; $x_2 = 3$; $x_3 = 10$; $x_4 = -8$ et $(y_j)_{j=1\ldots 4}$ par $y_1 = 2$; $y_2 = 0$; $y_3 = -2$; $y_4 = 3$.
   (a) Calculer $\sum_{i=1}^{4} x_i$ et $\sum_{j=1}^{4} y_j$.
   (b) Calculer $\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}(x_i \times y_j)$.
   (c) A-t-on $(\sum_{i=1}^{4} x_i) \times (\sum_{j=1}^{4} y_j) = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}(x_i \times y_j)$?

Tableaux : c'est une façon abrégée d'écrire des suites avec indice implicite.

6. Soit le tableau suivant :

$\mathbf{x_i}$	4	6	8	10
$\mathbf{n_i}$	16	28	12	40

. Il définit deux suites $(x_i)_i$ et $(n_i)_i$.

   (a) Combien ces suites ont-elles d'éléments ?

   (b) Décrire tous les éléments des suites $(x_i)_i$ et $(n_i)_i$.

7. Soit le tableau suivant :

$[\mathbf{e_{i-1}} ; \mathbf{e_i}[$	[4 ;5[	[5 ;9[	[9 ;15[
$\mathbf{n_i}$	10	28	30

. Il définit deux suites $(e_i)_i$ et $(n_i)_i$.

   (a) Combien ces suites ont-elles d'éléments ?

   (b) Décrire tous les éléments des suites $(e_i)_i$ et $(n_i)_i$. Par convention, on notera e_0 le premier élément de $(e_i)_i$.