

Corrigé de l'examen de statistiques du mercredi 24 novembre 2004
LST-MASS-S1

Exercice 1

1. Le caractère étudié est l'option sportive choisie par les étudiants de deuxième année en Sciences de la Vie et de la Terre. Sa nature est qualitative (nominale).
2. La population est les étudiants de deuxième année en Sciences et Vie de la Terre.
3. Il y a 7 modalités.
4. Le mode est l'option athlétisme.
5. On fait un diagramme en tuyaux d'orgues (cf. feuille de graphiques).

Exercice 2

1. (a) Le caractère est la distance kilométrique domicile-travail. Il est quantitatif discret.
(b) La population est formée des personnes travaillant dans l'entreprise STAT.
L'effectif vaut 25.

2.

Distance	0	1	2	3	4	5
Effectif	4	6	5	3	4	3
Fréquence	0,16	0,24	0,20	0,12	0,16	0,12
Fréquence cumulée croissante	0,16	0,40	0,60	0,72	0,88	1

3. Voir feuille des graphiques.
4. La moyenne vaut :

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{i=6} x_i \times n_i \\ &= \frac{1}{25} ((0 \times 4) + (1 \times 6) + (2 \times 5) + (3 \times 3) + (4 \times 4) + (5 \times 3)) \\ &= \frac{1}{25} (0 + 6 + 10 + 9 + 16 + 15) = \frac{56}{25} \\ &= 2,24\end{aligned}$$

5. (a) Par la méthode graphique, on lit $M_e \simeq 1,5$.
(b) Par le calcul :
La médiane est entre 1 et 2 car $F(1) = 0,40$ et $F(2) = 0,60$.

$$M_e = 1 + (2 - 1) \frac{0,50 - 0,40}{0,60 - 0,40}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + 1 \times \frac{0,1}{0,2} \\
&= 1,5
\end{aligned}$$

6. Pour calculer la variance et l'écart-type, on peut utiliser le tableau suivant :

Distance au carré	0	1	4	9	16	25
Fréquence	0,16	0,24	0,20	0,12	0,16	0,12

$$\begin{aligned}
V(X) &= \sum_{i=1}^{i=6} f_i \times x_i^2 - (\bar{X})^2 \\
&= (0,16 \times 0) + (0,24 \times 1) + (0,20 \times 4) + (0,12 \times 9) \\
&\quad + (0,16 \times 16) + (0,12 \times 25) - 2,24^2 \\
&= 0 + 0,24 + 0,80 + 1,08 + 2,56 + 3 - 5,0176 \\
&= 2,6624
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\sigma(X) &= \sqrt{V(X)} = \sqrt{2,6624} \\
&\simeq 1,63
\end{aligned}$$

Exercice 3

1. La nature de la variable statistique X étudiée, en l'occurrence l'âge, est quantitative (continue).

2.

Classes	Extrémités	Centres	Fréquences	Amplitudes	Densités	Fréq. cumul. croiss.
[10; 25[10	17,5	12,3 %	15	0,82	0
[25; 40[25	32,5	42,3 %	15	2,82	12,3 %
[40; 50[40	45	25,7 %	10	2,57	54,6 %
[50; 60[50	55	14,3 %	10	1,43	80,3 %
[60; 70[60	65	5,4 %	10	0,54	94,6 %
	70					100 %

3. 4. : voir feuille des graphiques.

5. On fait l'hypothèse d'uniformité entre les classes.

– La classe modale est $[25; 40[$. Le mode vaut :

$$\begin{aligned}M_o &= \frac{a.h_b + b.h_a}{h_a + h_b} \\&= \frac{25.(2,82 - 2,57) + 40.(2,82 - 0,82)}{(2,82 - 2,57) + (2,82 - 0,82)} \\&= \frac{86,25}{2,25} \\&\simeq 38,33\end{aligned}$$

– $F(25)=12,3\%$ et $F(40)=54,6\%$, donc la médiane vaut :

$$\begin{aligned}M_e &= 25 + (40 - 25)\frac{50 - 12,3}{54,6 - 12,3} \\&= 25 + 15\frac{37,7}{42,3} \\&\simeq 38,37\end{aligned}$$

– $F(25)=12,3\%$ et $F(40)=54,6\%$, donc le premier quartile vaut :

$$\begin{aligned}Q_1 &= 25 + (40 - 25)\frac{25 - 12,3}{54,6 - 12,3} \\&= 25 + 15\frac{12,7}{42,3} \\&\simeq 29,50\end{aligned}$$

– La moyenne vaut :

$$\begin{aligned}\bar{X} &= 17,5 \times 12,3\% + 32,5 \times 42,3\% + 45 \times 25,7\% + 55 \times 14,3\% + 65 \times 5,4\% \\&= 38,84\end{aligned}$$

6. On découpe l'intervalle $[35; 55]$ en trois intervalles sur lesquels on sait calculer les proportions (avec la formule $\text{proportion} = \text{densité} \times \text{amplitude}$) :

– La proportion de personnes entre 35 et 40 ans vaut $5 \times 2,82 = 14,1\%$

– La proportion de personnes entre 40 et 50 ans vaut $25,7\%$.

– La proportion de personnes entre 50 et 55 ans vaut $5 \times 1,43 = 7,15\%$

Donc la proportion de personnes âgées de 35 à 55 ans vaut :

$$14,1 + 25,7 + 7,15 = 46,95\%$$