

Statistique

Série n° 1 – Dénombrement

Rappels :

- $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$ et par convention $0! = 1$.
- $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
- si on veut compter le nombre d'objets de p éléments pris d'un ensemble de n éléments, se souvenir du tableau suivant :

	Avec répétition	Sans répétition
L'ordre importe	n^p	A_n^p
L'ordre n'importe pas	C_{n+p-1}^p	C_n^p

- Pour calculer C_n^k on utilise la formule $C_n^k = \frac{n \times (n-1) \times \dots \times (n-k+1)}{1 \times 2 \times \dots \times k}$.
- Pour calculer A_n^k on utilise la formule $A_n^k = n \times (n-1) \times \dots \times (n-k+1)$.

Exercice 1

Vérifier que $n! = A_n^n$ et $A_n^p = C_n^p \times p!$.

Exercice 2

1. Calculer $10!$.
2. Calculer C_{10}^3 et C_{10}^7 .
3. Calculer A_{10}^3 et A_{10}^7 .

Exercice 3

Soit E l'ensemble des cartes d'un jeu de 32. On considère les parties de E suivantes :
 $A = \{\text{les cartes de coeur}\}$; $B = \{\text{les as}\}$; $C = \{\text{les habillés rouges}\}$

1. Déterminer les cardinaux de A , B et C .
2. Décrivez par une phrase les parties de E suivantes, puis déterminez leur cardinal : \bar{A} ; \bar{B} ; \bar{C} ; $A \cap B$; $A \cup B$; $B \cap C$; $B \cup C$; $\bar{A} \cup \bar{C}$
3. Voici 5 phrases et 5 ensembles. Retrouvez les bons couples :

· les habillés rouges	· $\bar{A} \cap \bar{B}$
· les habillés à carreaux	· $\bar{A} \cap B$
· les coeurs mais pas l'as	· $C \cap \bar{B}$
· ni les coeurs, ni les as	· $C \cap \bar{A}$
· un as mais pas de coeur	· $A \cap \bar{B}$

Exercice 4

1. - Ecrire tous les mots de 3 lettres (avec ou sans sens) qui utilisent les symboles "Y" et "E".

- Combien y a-t-il de nombres de 4 chiffres écrits avec les symboles 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 ?
 - Donner le nombre de mots de p lettres écrits sur un alphabet de n symboles.
2. – Une mère de famille a trois filles Viviane, Igraine et Morgane. Donner tous les ordres possibles dans laquelle ses filles ont vu le jour.
Ex : 1^{re} : Vi, 2^e : Ig, 3^e : Mo ...
- Donner le nombre de classements possibles de l'arrivée des 7 coureurs d'un 100m.
 - Donner le nombre de permutations d'un ensemble à n éléments.
3. – A une loterie, le vainqueur tire 2 boules d'une urne qui en contient 4 numérotées 1, 2, 3 et 4. Chaque boule correspond à un cadeau. Décrire toutes les combinaisons possibles de cadeaux que peut recevoir le vainqueur.
- Donner le nombre de faons dont on peut prélever k éléments dans un ensemble à n éléments.
 - Combien y a-t-il de suites de n chiffres "0" ou "1" qui comportent exactement k fois "1" ?
4. – 4 équipes (la n^o1, n^o2, n^o3 et n^o4) disputent un mini-championnat. Décrivez tous les podiums de 3 équipes possibles.
- Donner le nombre de listes de k éléments distincts ordonnés prélevés d'un ensemble à n éléments.