UNIVERSITÉ DE SAVOIE **LST-Mass–S2**
2004–2005

Statistique

Série n^o 2 – Calcul des probabilités

Exercice 1

A l'entrée de l'immeuble d'un de vos amis, vous réalisez que vous avez oublié son digicode. Sur le clavier il y a 4 touches plus usées que les autres.

1. En considérant que le code utilise ces 4 touches une et une seule fois, calculer le nombre de codes possibles. Est-il nécessaire d'appeler votre ami ?
2. Vous les avez tous essayé mais ca ne marche toujours pas ! Vous vous souvenez alors que le plus petit chiffre est répété 2 fois dans le code, qui devient, lui, à 5 chiffres. Fatigué, vous admettez cette fois-ci qu'au dessus de 50 combinaisons, vous appelez. Comptez le nombre de codes possibles. Qu'allez-vous faire ?

Exercice 2

Le mot de passe de votre compte d'utilisateur sur le réseau de l'université est composé de 6 caractères alphanumériques (un caractère est une des 26 lettres de l'alphabet ou un des 10 chiffres).

1. Calculer le nombre de codes de 6 caractères.
2. En fait le verificateur de mots de passe refuse ceux composés uniquement de lettres ou de chiffres. Calculer le nombre de codes valides.

Exercice 3

Dans un société, on se prepare à l'élection du conseil d'administrion (CA) et du comité d'entreprise (CE).

1. Combien peut-on former de comités différents de quatre personnes prises parmi une assemblée de vingt-six personnes ?
2. Un conseil d'administration doit élire le bureau formé d'un président, d'un trésorier et d'un secrétaire choisis parmi vingt-six personnes. Combien de bureaux différents peut-on élire ?

Exercice 4

Voici les probabilités d'apparition d'un dé truqué :

n^o	1	2	3	4	5	6
Probabilité d'apparition	0,14	a	b	0,18	0,17	0,21

1. Quelles conditions doivent vérifier a et b ?
2. Pour éviter qu'il ne soit trop rapidement décelé, ce dé truqué a autant de chances de donner un nombre pair qu'un nombre impair. Trouver les valeurs de a et b.

Exercice 5

1. Décrire le processus du lancer de dé avec un langage probabiliste. C'est-à-dire décrire :
   - l'expérience aléatoire $\mathcal{E}$
   - Ω l'espace des éventualités
   - $\mathcal{P}(\Omega)$ l'espace des événements (en partie si c'est trop long)
   - la loi de probablité, i.e. pour un événement $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ ($A \subset \Omega$), que vaut la probabilité $P(A)$?
2. Pour les événements $A =${le dé est pair}, $B =${le dé est ≥ 4},
   $C =${le dé est impair} et $D =${le dé est < 4}, calculer la probabilité.

Exercice 6

On tire 4 cartes sans remise d'un jeu de 32. Les tirages sont équiprobables.

1. Décrire l'univers Ω. Donner le cardinal de Ω.
2. Calculer la probabilité de $A =${tirer exactement 2 rois}.
3. Calculer la probabilité de $B =${tirer exactement 2 dames}.
4. Calculer la probabilité de $A \cap B$ et $A \cup B$ avec 3 chiffres après la virgule.
5. Les événements A et B sont-ils incompatibles (indépendants) ?
6. Calculer la probabilité de $C =${tirer au moins 1 valet}.

Exercice 7

Proverbe probabiliste : "La probabilité pour qu'un chimpanzé placé devant une machine à écrire tape son nom n'est pas nulle".
Dans le zoo où le chimpanzé IAGO coule des jours heureux, on place celui-ci devant le clavier d'une machine à écrire et on attend qu'il enfonce une touche. Il y a 57 touches dont 26 représentent les lettres de l'alphabet et les 57 touches sont équiprobables.

1. Calculer la probabilté des événemenst suivants :
   $A_1 =$ "Il frappe une lettre".
   $A_2 =$ "Il frappe une lettre de son nom IAGO".
2. On attend à présent que IAGO enfonce quatre touches. Calculer les probabiltés des événements suivants :
   $B_1 =$ "Il écrit son nom".
   $B_2 =$ "Il frappe les quatre lettres de son nom".

Exercice 8

Emile Borel [mathématicien franais 1971-1956] a écrit :
"Les acheteurs de billets de loterie refusent souvent d'acheter des billets dont le numéro leur paraît trop particuluer, par exemple 555 555. Ils ont l'impression que ce numéro ne gagnera pas le gros lot. Cette impression est juste, en ce sens que la probabilité de ce gain est un millionième et que cette probabilité est négligeable à l'échelle humaine ; ceci veut dire qu'il serait tout à fait déraisonnable de compter sur ce gain pour payer une dette ou monter une entreprise. *Les acheteurs préfèrent acheter un numéro dont l'apparence est plus banale, par exemple 141 592*".
Pensez-vous que les acheteurs ont raison ? Expliquer brièvement.