

Contrôle des connaissances n°3
Math407 : Mathématiques pour les sciences IV
Code apogée : DM426076

Vendredi 10 juin 2005 (Durée : 1 heure)

IMPORTANT :

- Reporter sur la copie cachetée l'intitulé complet de l'épreuve.
- Ne pas oublier de noter sur la copie cachetée TOUS les numéros des copies intercalaires.
- Aucun document et aucune calculatrice ne sont autorisés.

Exercice 1 On considère la fonction $f(x, y) = x \sin y$ sur $[0, 1] \times [0, \pi]$. Calculer ses valeurs extrémales.

Exercice 2 Soit $f(x, y, z) = x^2 + xy + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z + 2$.

1. Déterminer les extrema locaux de f sur \mathbb{R}^3 .
2. L'extrémum local trouvé en 1. est-il global ? (on pourra écrire f comme une somme de carrés.)

Exercice 3 Soit $f(x, y) = x^2y$ définie sur $C = \{(x, y) ; x^2 + y^2 = 1\}$

1. Prouver que f atteint nécessairement ses bornes sur C .
2. Prouver qu'il y a 6 points en lesquels f peut présenter des extrema sur le domaine C dont $(0, 1)$ et $(0, -1)$.
3. En déduire les maxima globaux de f sur C .
4. Pour étudier les points $(0, 1)$ et $(0, -1)$, étudiez localement en ces points la différence $f(x) - f(0, 1)$ et $f(x) - f(0, -1)$. Que peut-on en déduire ?