Chapitre 1

Spheres

[...]

→ **Exercices** fiche

→ **Exercices** 22p211, 50p213 (aires égales, faire volume), 52p213

Chapitre 2

Équations

Activité rappels sur équations de la forme $ax + b = cx + d$ (Mini test)

A produit nul

Activité Trouver le nombre manquant dans chaque équation :

$$\begin{array}{ll} 5 \times 0 = \_ & 0 \times 6 = \_ \\ \_ \times 5 = 0 & 3 \times \_ = 0 \\ 0 \times \_ = 0 & \_ \times 0 = 0 \end{array}$$

Proposition Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul

Autrement dit, pour tout nombre u, $0 \times u = u \times 0 = 0$

Proposition Si un produit est nul, alors l'un (au moins) de ses facteurs est nul
Ainsi, si on a une égalité comme $a \times b = 0$, alors on peut en déduire que $a = 0$ ou $b = 0$

Exemple Si $(x - 2)(x + 5) = 0$, alors $x - 2 = 0$ ou $x + 5 = 0$, c'est à dire $x = 2$ ou $x = -5$

Activité 6p30
Si l'on arrive à factoriser une équation sous la forme $A \times B = 0$, on peut utiliser cette méthode de résolution.

Exemple regardons l'équation $(2x+3)(x+4)+(2x+3)(5x+2) = 0$. On peut factoriser par $(2x+3)$. On obtient donc $(2x+3)(x+4+5x+2) = 0$ et en simplifiant $(2x+3)(6x+6) = 0$. Ainsi $2x + 3 = 0$ ou $6x + 6 = 0$, c'est à dire $x = -3 \div 2$ ou $x = -1$.

$\rightarrow$ **Exercices** 22,23,24,25,26p38

B Résolution de $x^2 = a$

Activité 5p48

Proposition
- Si $a > 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions : $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$
- L'équation $x^2 = 0$ admet une unique solution : 0.
- Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

Exemple L'équation $x^2 = 81$ admet deux solutions : $-\sqrt{81}$ et $\sqrt{81}$, c'est à dire -9 et 9.
L'équation $x^2 = -81$ n'a pas de solution dans les nombres réels. En effet, x^2 est forcément positif, donc ne peut pas être égal à -81.

→ **Exercices** 46,49p57

→ **Approfondissement** 71p59 (équation premier degré avec racines carrées),95p61 (carré)

→ **Approfondissement** 36p19,41p20

Chapitre 3

Agrandissements et réductions

A Effet sur les aires et les volumes

Activité calculs d'aires et de volumes avec agrandissements, rapport entre la multiplication des longueurs et la multiplication des aires et des volumes.

Définition On dit qu'on agrandit une figure par un nombre k si on multiplie toutes les dimensions de cette figure par k. Le nombre k ($k > 0$) est appelé **coefficient d'agrandissement**, ou **échelle d'agrandissement**.
Il y a 2 cas de figures :
1er cas $k > 1$: On dit que la figure est agrandie.

Exemple : On a agrandi le carré par 3 (les longueurs des côtés ont été multipliées par 3 donc $k = 3$)

2ème cas $k < 1$: On dit que la figure est réduite. k est alors appelé **échelle de réduction**.

Exemple : on a multiplié les dimensions du cube par $\frac{1}{2}$ ($k = \frac{1}{2}$).

Proposition Si une figure est agrandie avec un coefficient d'agrandissement k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes sont multipliés par k^3.

Exemple L'aire du carré ci-dessu a été multipliée par $3^2 = 9$ (on peut même faire tenir 9 petits carrés dans ce grand carré).
Le volume du cube ci-dessus a été multiplié par $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ (on fait bien tenir 8 petits cubes dans le grand cube initial).

→ **Exercice** fiche 3 exercices (dont annales)

→ **Exercices** en DM : 42p139

B Section de cône ou de pyramide

Activité 4p218

Proposition La section d'un cône par un plan parallèle à la base est un disque qui est une réduction de la base du cône.

Proposition La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone qui est une réduction de la base de la pyramide

→ **Exercices** 39p228

Chapitre 4

Systèmes d'équations

Activité fiche (nécessité de deux équations, substitution, graphique)

Activité B,C,D p81 (combinaison)
fiche cours sur les méthodes de résolution (substitution + combinaison)

→ **Exercices** 5,7,11 p89 (subst ou combinaison)

→ **Exercices** 19,20,22p89 (graphique)

→ **Exercices** 13p89 ; 40,44p90 ; 46p91 (problèmes)

→ **Exercices** 49,51p91 (autres problèmes)

→ **Exercices** 95,96p95 (brevet)

Chapitre 5

Vecteurs

Définition On appelle la translation qui transforme le point A en B la **translation de vecteur** $\overrightarrow{AB}$.

Exemple dessin d'un vecteur
Un vecteur porte en lui trois informations :
- une direction
- un sens
- une longueur

→ **Exercices** 1,2p171 (ou fiche translation.pdf)

A Égalité de vecteurs

Activité 2p165 (ou acti_trans_egalite.pdf)

Définition et **proposition** : Soit quatre points A, B, C, D. Si D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, on dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux, et on note

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

(Cette égalité sera revue avec les coordonnées de vecteur)
Réciproquement :

Proposition Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

B Vecteurs et parallélogrammes

Activité 3p166 (ou rien, car on revoit la définition de la translation avec le parallélogramme)

Proposition Soit $ABDC$ un quadrilatère. Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors $ABDC$ est un parallélogramme.

Exemple
Réciproquement :

Proposition Si $ABDC$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
Remarque : si $ABDC$ est un parallélogramme alors on a aussi $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ et encore deux autres égalités de vecteur

→ **Exercices** 8p171,14p172

→ **Exercices** 3.B.3p166 donne la propriété :

Proposition Si $[EN]$ et $[MF]$ ont le même milieu, alors $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$.
Réciproquement :

Proposition Si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$ alors $[EN]$ et $[MF]$ ont le même milieu.

C coordonnées de vecteurs

Voir acti_coord_vect.pdf
Le plan est muni d'un repère d'origine O.

Proposition Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Alors $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Remarque Soit M un point, alors $\overrightarrow{MM} = (0; 0)$. On dit que $\overrightarrow{MM}$ est le **vecteur nul**.

Remarque Le vecteur $\overrightarrow{OM}$ a les mêmes coordonnées que M

→ **Exercices** 21p172 (coord. d'un point par égalité de vecteurs)

→ **Exercices** 22p172, 36p173 (avec prop parallélogramme)

D Coordonnées du milieu d'un segment

Activité 5p167 : coordonnées du milieu par équation ($[AB]$ et $[II]$ ont le même milieu I donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$)

Proposition Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ des points du plan. Les coordonnées du milieu I de $[AB]$ sont données par

$$(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2})$$

→ **Exercices** 27,30p173 (calculs) 33p173 (milieu du segment $[OA]$ O étant origine)

E Longueur d'un segment dans un repère orthonormé

On muni le plan d'un repère orthonormé d'origine O.

Ce qui suit est à expliquer à l'oral, seule la propriété est écrite en cours.
La distance de O à un point $M(x_M;y_M)$ se trouve grâce au Théorème de Pythagore : $OM^2 = OH^2 + HM^2 = x_M^2 + y_M^2$ donc $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2}$ où H est le point de coordonnées $(x_M;0)$ (Faire un dessin)
La longueur du segment $[AB]$ est la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Soit M le point qui a les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$. C'est à dire $M(x_B - x_A; y_B - y_A)$. On a alors $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$, donc $AB = OM$. Or, d'après ce que l'on a écrit plus haut, on a :

$$OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Au final :

Proposition Soit $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ des points du plan. Alors

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

→ **Exercices** 15,16p155 (distance à l'origine)

→ **Exercices** 19,27p156 (montrer qu'un triangle est particulier)

Chapitre 6

PGCD

Activité acti_pgcd.pdf
Pour tout entier on peut chercher l'ensemble des diviseurs.

Exemple l'ensemble des diviseurs de 90 est (un diviseur en donne en général un deuxième)

$$\{1;2;3;5;6;9;10;15;18;30;45;90\}$$
$$\{90;45;30;18;15;10;9;6;5;3;2;1\}$$

Exemple l'ensemble des diviseurs de 12 est

$$\{1;2;3;4;6;12\}$$

On peut alors chercher l'ensemble des diviseurs communs à deux entiers :

Exemple l'ensemble des diviseurs communs à 90 et à 12 est

$$\{1;2;3;6\}$$

Dans cet ensemble il y en a un qui est le plus grand. On appelle ce nombre le **plus grand diviseur commun** (ou **PGCD**) des deux nombres.

Exemple Le PGCD de 90 et 12 est donc 6.

Remarque 1 est toujours un diviseur de tout nombre.

Définition Quand le PGCD de deux nombres vaut 1, on dit que les deux nombres sont **premiers entre eux**.

Il est difficile de trouver les diviseurs des grands nombres. Par cette méthode, trouver le PGCD serait donc très longue. Il existe cependant une méthode pour le trouver sans trop de peine : l'algorithme d'Euclide.

Il s'agit de faire des divisions euclidiennes successives, le pgcd étant le dernier reste différent de 0 de ces divisions.

Exemple On cherche le pgcd de 90 et 12 par cette méthode :

$90 = 7 \times 12 + 6$
$12 = 2 \times 6 + 0$
le PGCD de 90 et 12 est donc 6

Exemple un peu plus long, le PGCD de 68 et 54 :
$68 = 1 \times 54 + 14$
$54 = 3 \times 14 + 12$
$14 = 1 \times 12 + 2$
$12 = 6 \times 2 + 0$
Le pgcd de 68 et 54 est donc 2

Chercher le PGCD de deux nombres peut servir à rendre une fraction irréductible (non simplifiable). Une fraction est irréductible quand son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Proposition si on simplifie une fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur, on obtient une fraction irréductible.

Exemple le PGCD de 68 et 54 est 2, donc

$$\frac{68}{54} = \frac{2 \times 34}{2 \times 27} = \frac{34}{27}$$

et $\frac{34}{27}$ est irréductible.

→ **Exercices** 50,51p124

→ **Exercices** 3.Cp112

→ **Exercices** fiches exo_pgcd.pdf