

Proportionnalité

Définition 1 On dit que deux mesures sont **proportionnelles** quand on peut passer de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple 1 Si le prix de 1 kg de pommes est de 3 euros, il y a proportionnalité entre le prix à payer et le poids de pommes achetées :

- Pour 1 kg on doit payer 3 euros
- Pour 4 kg on doit payer euros

Quand on divise le prix en euros par le poids en kg, on obtient toujours le même nombre :

$$3 \div 1 = \dots \div 4 = 3$$

Ce nombre est le coefficient de proportionnalité et vaut ici 3.

Définition 2 Un **tableau de proportionnalité** est un tableau où l'une des lignes est proportionnelle à l'autre.

Exemple 2 Dans l'exemple précédent, on peut faire le tableau suivant :

$$\div 3 \uparrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Poids de pommes (kg)} & 1 & 4 \\ \hline \text{Prix à payer (euros)} & 3 & 12 \\ \hline \end{array} \downarrow \times 3$$

Comme on connaît le coefficient de proportionnalité, on peut alors calculer le prix si l'on connaît le poids, ou bien calculer le poids si l'on connaît le prix.

Exercice 1 Compléter le tableau suivant :

$$\div 3 \uparrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \text{Poids de pommes (kg)} & 1 & 4 & 5 & \\ \hline \text{Prix à payer (euros)} & 3 & 12 & & 9 \\ \hline \end{array} \downarrow \times 3$$

Tous les tableaux ne sont pas des tableaux de proportionnalité.

Exercice 2 Voici deux tableaux. Un seul est un tableau de proportionnalité. Noter son coefficient de proportionnalité. Montrer que l'autre n'est pas un tableau de proportionnalité.

Durée du voyage (h)	2	3	5
Distance parcourue (km)	130	195	325

Durée du trajet (min)	10	15	20
Distance parcourue (km)	5	7	9

Exercice 3 Un paquet de 240 feuilles a une épaisseur de 3 cm. Répondre aux questions suivantes et remplir le tableau plus bas (donner son coefficient de proportionnalité).

1. Quelle est l'épaisseur d'un paquet de 720 feuilles ?
2. Quel est le nombre de feuilles d'un paquet de 1,5 cm d'épaisseur ?

$$\div \quad \downarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Nombre de feuilles} & & & \\ \hline \text{Épaisseur (cm)} & & & \\ \hline \end{array} \uparrow \times$$

Il est important de **toujours garder les mêmes unités** dans un tableau de proportionnalité.

Exercice 4 Un hélicoptère a parcouru quatre-vingts kilomètres en vingt minutes. Combien de temps doit-on prévoir pour parcourir 100 km et 200 km ? Quelle est la distance prévisible parcourue en 40 minutes, 1 heure et 1 heure et demie ? Pour répondre à ces questions, faire un tableau de proportionnalité, noter son coefficient de proportionnalité et le remplir.

Lorsque l'on est face à un tableau de proportionnalité, il est possible de le remplir en utilisant des **processus horizontaux**, c'est à dire sans utiliser le coefficient de proportionnalité pour passer d'une ligne à l'autre, mais en ajoutant ou en multipliant **les colonnes**.

Exemple 3 Si 100 g de chocolat coûtent 4 euros, 200 g étant **deux fois plus** que 100 g, on doit payer **deux fois plus** : $2 \times 4 = 8$ euros. Comme $300 = 100 + 200$, pour 300 g on va payer $4 + 8 = 12$ euros.

Poids de chocolat (g)	100	200	300
Prix (euros)	4	8	12

La colonne 2 est deux fois la première colonne. La colonne 3 est la somme des colonnes 1 et 2 (mais aussi 3 fois la première).

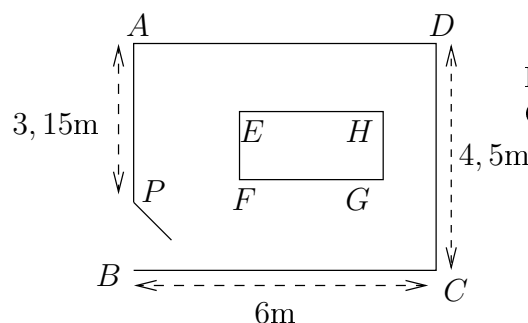
Exercice 5 Trois coureurs de fond s'entraînent à courir de manière régulière. La distance qu'ils parcourent est alors proportionnelle au temps qu'ils passent à courir. Remplir les tableaux suivants chacun de différente manière, en utilisant le coefficient de proportionnalité ou pas, en expliquant comment ils ont été remplis.

Temps passé à courir (min)	15 min	30 min
Distance parcourue (m)	2750 m	

Temps passé à courir (min)	7 min	45 min
Distance parcourue (m)	1400 m	

Durée du trajet (min)	17 min	13 min	30 min
Distance parcourue (m)	2907 m	2223 m	

Exercice 6 (Plan d'une salle)



Le plan ci-contre représente une salle contenant un meuble. On a noté sur le plan les mesures réelles, qui sont en mètre.

Longueur	BC	CD	AP
Mesure sur le plan (cm)	cm		
Mesure réelle (m)	m		

- Remplir les trois premières colonnes du tableau. La mesure sur le plan est la mesure que l'on fait avec une règle graduée directement sur le plan.
- Vérifier que c'est un tableau de proportionnalité. Donner le coefficient de proportionnalité.
- Mesurer EF et FG sur le plan et donner leur longueur réelle en cm.

Exercice 7 Lucie se balade en vélo. Au bout de 30 minutes elle a parcouru 7 kilomètres. Au bout de 45 minutes elle a parcouru 10 kilomètres. Est-ce que le temps de ballade est proportionnel à la distance parcourue ? Justifier en faisant un tableau et des calculs.

Pourcentage

Quand on dit que dans une certaine population il y a 12% (douze pourcents) d'individus qui sont sans emploi, cela veut dire que pour cent (pourcent) personnes, douze sont sans emploi. Le nombre de personnes sans emploi est considéré proportionnel au nombre de personnes total. On peut alors donner le nombre de personnes sans emploi si on connaît la taille de la population totale.

Population totale	100	50 000	↓ ×
Population sans emploi	12		

Pour trouver le nombre qui manque, on cherche le coefficient de proportionnalité, ici le nombre tel que si on multiplie 100 par ce nombre on obtient 12.

Quel est le nombre \square tel que $100 \times \square = 12$? (aide : c'est une fraction, nous l'avons déjà vu en cours)

Pour connaître la population sans emploi pour une population totale de 50 000 personnes, il suffit donc de faire le calcul (remplissez par les nombres manquants) :

$$\text{---} \times 50\,000 \simeq$$

Sans oublier que l'on cherche un nombre d'individus, donc que le nombre trouvé doit être arrondi à l'entier (en général supérieur).

Ainsi, la règle pour calculer un pourcentage est simple. Par exemple regardons comment calculer

$$\begin{array}{ccc} 35\% & \text{de} & 150 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{35}{100} & \times & 150 \end{array}$$

Soit $(35 \div 100) \times 150 = 0,35 \times 150 = 47,5$. **Note** : parfois on considère que $35\% = \frac{35}{100} = 0,35$.

Ainsi, **on multiplie le pourcentage par le nombre total**.

Exercice 8 *Calculer :*

- 20% de 340
- 13% de 549
- 67% de 200
- 75% de 4

Parfois il est possible d'éviter de faire tout le calcul. Comme le tableau en haut de la page est un tableau de proportionnalité, on peut aussi effectuer des processus horizontaux.

Dans l'exemple, $50\,000 = 500 \times 100$, donc le nombre manquant dans le tableau est $500 \times 12 = 6\,000$ (la deuxième colonne est obtenue en multipliant la première par 500). Autrement dit, si pour 100 personnes il a 12 sans emplois, alors pour $50\,000 = 500 \times 100$ personnes il y a 500×12 sans emplois : 12% de 50 000 vaut 6 000.

Avec cette méthode, trouver ce que sont 67% de 200. Vérifier avec le résultat trouvé précédemment.

Il y a également parfois des pourcentages faciles à calculer :

- 50% c'est 50 pour 100, donc la moitié : $\frac{50}{100} = 0,5 = \frac{1}{2}$. Ainsi, que vaut 50% de 34?
- 75% c'est les trois quarts : $\frac{75}{100} = 0,75 = \frac{3}{4}$. Ainsi, que vaut 75% de 4? Vérifier avec le résultat trouvé précédemment.

Exercice 9 *Calculer simplement les pourcentages suivants :*

- 25% de 16
- 24% de 200
- 30% de 600
- 200% de 27

Exercice 10 Dans un groupe de 150 personnes, il y a 54% de femmes. Combien de femmes y a-t-il ?

Combien d'hommes y a-t-il ? Le trouver de deux façons différentes (aide : chercher le pourcentage d'hommes ou calculer en fonction du nombre de femmes).

L'utilisation des pourcentages se voit dans le calcul des hausses ou baisses de prix, le calcul de revenu sur des livrets d'épargne, l'application des taxes sur un prix hors taxe, ...

Avoir une remise de 10% sur un article, c'est payer l'article 10% de moins. Si l'article coûte 100 €, on va donc payer $100 - 10 = 90$ €. Pour un article à 65 €, on va payer $65 - 6,50 = 58,50$ €, où 6,5 est 10% de 65.

Exercice 11 Paul a acheté un pantalon. Le prix normal du pantalon est de 57€. Paul a eu droit à une remise de 5%. Combien Paul a-t-il payé ?

Exercice 12 Le prix de revient d'un appareil est 286 €. Le commerçant veut réaliser un bénéfice de 15% sur le prix de revient. Calculer le montant du bénéfice puis le prix de vente de l'appareil.

Exercice 13 Un objet a coûté 84 € hors taxe (H.T.). Le taux de la T.V.A. est de 18,6%. Quel est le montant de la taxe ? Quel est le prix T.T.C. (toutes taxes comprises) ?

Exercice 14 Le taux annuel de l'épargne est de 6,5%. Calculer l'intérêt au bout d'un an obtenu sur un capital de 1 905,61 €.

Exercice 15 Pendant les soldes on fait une réduction de 15%. Un objet coûtait 6,40 €. Combien coûte-t-il maintenant ?

Exercice 16 Un stylo coûte 7,62 €. Le libraire consent une remise de 20%. Combien paiera-t-on ce stylo ?

Exercice 17 Les membres d'un club de cinéma désirent acheter un appareil de cinéma 700 €. Ils reçoivent une subvention de 45% du prix de l'appareil. Quel est le montant de la subvention ?

Exercice 18 Une voiture coûtait 8 537 €. Elle vient de subir une hausse de 4,5%. Combien coûte-t-elle maintenant ?

Exercice 19 Un jeu vidéo de 55€ est soldé à -25%. Quel est son prix de vente durant les soldes ?