

Chapitre 1

Arithmétique

Activité liste des diviseurs d'un nombre

Vocabulaire : Soit a et b deux nombres entiers tels que $a = b \times k$ avec k un nombre entier.

On dit que :

- a est divisible par b
- b est un diviseur de a
- a est un multiple de b
- b divise a

→ **Exercices** 1,2,7p21

Activité divisions euclidienne.

Vocabulaire : Soit a et b deux entiers. Faire la division euclidienne de a par b , c'est trouver deux entiers q et r tels que

$$a = b \times q + r$$

avec $r < b$. Le nombre q est le **quotient** et r est le **reste**. Cette écriture est unique.

Remarque Si $r = 0$, alors b est un diviseur de a .

→ **Exercices** 13p21,16 et 17p21 (attention à la condition $r < b$)

A PGCD

Activité pgcd (problème de carrelage)

Le PGCD de deux nombres entiers est leur plus grand diviseur commun.

Exemple Cherchons le PGCD de 30 et 14.

1. Les diviseurs de 30 sont : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
2. Les diviseurs de 14 sont : 1, 2, 7, 14
3. Donc le plus grand diviseur commun est 2.

→ **Exercices** 20p22, 21p22 (liste diviseurs et pgcd)

Comme nous avons pu le voir, chercher les diviseurs d'un nombre peut être long et difficile. Il faut donc chercher une méthode plus rapide.

Activité Faire appliquer l'algorithme et constater que l'on trouve bien le pgcd. La preuve sera donnée en DM (activités 4 et 5p15-16).

Proposition | si $a = b \times q + r$ avec $r < b$, alors $\text{PGCD}(a; b) = \text{PGCD}(b; r)$.

Algorithme d'Euclide : Pour calculer $\text{PGCD}(a; b)$, on commence par faire la division euclidienne du plus grand nombre (a) par le plus petit (b). On obtient alors $a = b \times q + r$ avec $r < b$.

- Si $r = 0$ alors le PGCD est le diviseur b .
- Si $r \neq 0$ alors on calcule par l'algorithme $\text{PGCD}(b; r)$.

Exemple cherchons le PGCD de 357 et 294 :

$$\begin{aligned} 357 &= 294 \times 1 + 63 \\ 294 &= 63 \times 4 + 42 \\ 63 &= 42 \times 1 + 21 \\ 42 &= 21 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

Donc $\text{PGCD}(357; 294) = 21$

→ **Exercices** 24p22 (calcul pgcd), 22,31pp22-23 (problèmes)

Chapitre 2

Nombres relatifs et fractions

A Rappels

Règles de calcul du **produit** et de la **somme** de deux nombres relatifs.

Mettre deux fractions au même dénominateur.

Méthode | Pour faire la somme (ou la différence) de deux nombres sous forme de fraction :

1. On met les deux fractions au même dénominateur ;
2. On ajoute (ou on soustrait) les numérateurs obtenus et on garde le dénominateur ;
3. On simplifie la fraction obtenue.

Exemple

$$\begin{aligned}\frac{1}{6} + \frac{3}{8} &= \frac{1 \times 8}{6 \times 8} + \frac{3 \times 6}{8 \times 6} \\ &= \frac{8}{48} + \frac{6}{48} \\ &= \frac{14}{48} \\ &= \frac{7}{24}\end{aligned}$$

Méthode | Pour faire le produit de deux nombres sous forme de fraction :

1. On multiplie les numérateurs entre eux ;
2. On multiplie les dénominateurs entre eux ;
3. On simplifie la fraction obtenue.

Exemple

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} &= \frac{2 \times 5}{3 \times 4} \\ &= \frac{10}{12} \\ &= \frac{5}{6}\end{aligned}$$

Inverse d'une fraction : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$

$\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = 1$ donc $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$.

Plus généralement :

Méthode | diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse.

Remarque Un trait de fraction a la même signification qu'une division : $\frac{2}{3} = 2 \div 3$.

Exemple

$$\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21}$$

B Simplifier une fraction

Chapitre 3

Racine carrée

Activité racines_carrees.pdf

Définition La racine carrée d'un nombre positif a est l'unique nombre positif dont le carré vaut a . On note ce nombre \sqrt{a} . Le signe $\sqrt{}$ est appelé **radical**.

Remarque Pour tout nombre positif (non nul) a il y a deux nombres dont le carré vaut a : \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$.

Proposition La racine carrée du carré d'un nombre a existe toujours. C'est la valeur absolue de a (c'est à dire a sans son signe).

Exemple $\sqrt{7^2} = 7$ et $\sqrt{(-3)^2} = 3$

Proposition Quels que soient les nombres a et b positifs, on a

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Exemple $\sqrt{36} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{4} \times \sqrt{9} = 2 \times 3 = 6$

Proposition Quels que soient les nombres a et b positifs, on a

$$\sqrt{a \div b} = \sqrt{a} \div \sqrt{b}$$

soit :

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

▲ par contre $\sqrt{a+b}$ est différent de $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.

→ **Exercices** 2p58, 3p58, 4 et 5p58, 6p58 (définition, exercices de base)

→ **Exercices** 11 et 12p59 (produit), 14p59

→ **Exercices** 45 et 46p62 (développer puis réduire)