

Chapitre 1

Produits et quotients de nombres relatifs

A Multiplication des nombres relatifs

1 Multiplication de deux nombres relatifs

Activité 1,2p10

l'activité 1 utilise le rappel suivant :

Rappel 3×4 c'est "3 fois 4", c'est à dire ajouter 3 fois le nombre 4 : $3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$.
On peut aussi voir $3 \times 4 = 4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$.

Méthode | Pour multiplier deux nombres relatifs

1. On détermine le signe du produit :
 - Si les deux nombres sont de même signe, le produit est positif
 - Si les deux nombres sont de signe différent, le produit est négatif
2. On multiplie leurs distances à zéro, le résultat de la multiplication est la distance à zéro du produit

Exemple

$$\begin{array}{l} (-3) \times (-5) = +15 \\ (+2) \times (+3) = +6 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (-3) \times (-5) = +15 \\ (+2) \times (+3) = +6 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Produit de deux nombres de même signe :} \\ \text{le produit est positif} \end{array}$$
$$\begin{array}{l} (-4) \times (+6) = -24 \\ (+7) \times (-3) = -21 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (-4) \times (+6) = -24 \\ (+7) \times (-3) = -21 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Produit de deux nombres de signes différents :} \\ \text{le produit est négatif} \end{array}$$

Remarque La règle pour le calcul du produit est différente de celle de la somme !

$$(-2) \times (-3) = +6 \quad \text{mais} \quad (-2) + (-6) = -8$$

Remarque On peut enlever les parenthèses autour du premier terme du produit s'il est

négatif.

Exemple $(-7) \times (-5) = -7 \times (-5)$

Remarque On peut toujours enlever le signe + et les parenthèses autour d'un terme positif

Exemple $(-3) \times (+5) = (-3) \times 5 = -3 \times 5$

▲ $-7 \times (-5) = -(7 \times (-5))$

▲ On n'enlève pas les parenthèses autour d'un nombre négatif s'il n'est pas à gauche du produit !

▲

$$\begin{aligned} -5^2 &= -(5^2) = -(5 \times 5) = -25 \\ (-5)^2 &= (-5) \times (-5) = 25 \end{aligned}$$

→ **Exercices** 8p15 (décomposition en sommes), 10p15 (signe), 13,16p16 (calcul)

2 Multiplication de plusieurs nombres relatifs

Activité 4p11 ou donner un produit de plusieurs nombres et faire chercher le résultat, et une méthode.

Proposition | Quand on multiplie plusieurs nombres relatifs (différents de zéro) :

- Si le nombre de facteurs négatifs est pair, le produit est positif
- Si le nombre de facteurs négatifs est impair, le produit est négatif

Pour obtenir la distance à zéro du résultat, il suffit de calculer le produit des distances à zéro des nombres du produit.

Exemple $(-5) \times (+4) \times (-2)$: un nombre pair de facteurs négatifs donc le produit est positif. $(-5) \times (+4) \times (-2) = +5 \times 4 \times 2 = +40$

$$\begin{aligned} (-2) \times (+3) \times (+2) \times (-5) \times (-2) &= -2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \\ \text{trois nombres négatifs} &= -6 \times 2 \times 5 \times 2 \\ &\Rightarrow \text{impair} = -12 \times 5 \times 2 \\ &\Rightarrow \text{produit négatif} = -60 \times 2 = -120 \end{aligned}$$

Remarque L'ordre dans lequel on effectue le produit n'a pas d'importance

Exemple

$$\begin{aligned} (-50) \times (-47) \times (-2) &= (-47) \times (-50) \times (-2) \\ &= (-47) \times (+100) \\ &= -4\,700 \end{aligned}$$

→ **Exercices** 19,20p16 (calculs), 25p16 (un peu difficile)

→ **Approfondissement** 23p15 (trous), 28p16 (ab quand $a, b = \dots$), 11p15(variables), 30p17(variables)

B Division

Quand on divise deux nombres relatifs :

- Si les deux nombres ont le même signe, le résultat est positif
 - Si un seul nombre est négatif, le résultat est négatif
- on fait ensuite la division des nombres sans leur signe.

Exemple $(-6) \div (-3) = \frac{-6}{-3} = 2$

$(-12) \div 2 = \frac{-12}{2} = -\frac{12}{2} = -6$

$\frac{-7}{3} = -\frac{7}{3}$

$-\frac{-8}{5} = -(-\frac{8}{5}) = \frac{8}{5}$

→ **Exercices** 34,35p17 (signe et calcul)

→ **Exercices** 38p17

C Priorité

Proposition Si un calcul comporte des opérations entre parenthèses, on effectue d'abord ces opérations.

Exemple $(5 + 2) \times (-3) = 7 \times (-3) = -21$

▲ $8 - 5 \times (-4) = 8 - (5 \times (-4)) = 8 - (-20) = 8 + 20 = 28$

Méthode Si un calcul ne comporte pas d'opérations entre parenthèses, on effectue en priorité les carrés, puis les multiplications et les divisions et enfin les additions et les soustractions.

Exemple

$$\begin{aligned} 3 \times 5 - 2 \times 3^2 + 7 &= 3 \times 5 - 2 \times 9 + 7 \\ &= 15 - 18 + 7 \\ &= -3 + 7 \\ &= 4 \end{aligned}$$

→ **Exercices** calculs variés : 45p18, 52p19, 58p19

Chapitre 2

Puissances

Activité 1p44 (nombres de triangles dans un triangle de Sierpinski)

A Puissance avec exposant positif

Définition Quel que soit le nombre a et quelque soit l'entier n supérieur à 1 :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

On dit " a puissance n " ou " a exposant n "

On définit par convention, pour tout nombre a , $a^0 = 1$

Exemple

– pour tout nombre a , $a^1 = a$ donc $5^1 = 5$;

– $5^2 = 5 \times 5 = 25$

– $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

→ **Exercices** 1,3,4p52 (définition)

→ **Exercices** 5p52 (signe) 6,7p52 (puissance 0 ou 1, puissance de 0 ou 1)

→ **Exercice** 9p52 (utilisation de la calculatrice)

→ **Exercice** activité 2p44 (décomposition en produit d'un nombre) suivi de 10p52

B Puissance avec exposant négatif

Activité 3p45 (calculer 5^4 connaissant 5^5 par division, puis aller jusqu'à 5^0 puis 5^{-1})

Définition Pour tout nombre a et tout entier $n \geq 1$,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

a^{-n} est donc l'inverse de a^n .

Exemple

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

pour tout nombre a , $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$

- **Exercices** 11p52 puis 12,13p52
- **Exercice** 15p52 (opposé ou inverse)
- **Exercice** 21p53 (calculs qui pourraient être faits à l'aide d'une formule)
- **Exercice** 22p53 (calculs astucieux)

Chapitre 3

Division de fractions

Activité inverse d'un nombre, d'une fraction : 6p29

Définition On dit que le nombre x est l'inverse du nombre y si $x \times y = 1$
L'inverse de x est $\frac{1}{x} = x^{-1}$
L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.
→ **Exercice** 39p37, 41p37, 40p37 (en DM?)

Exemple L'inverse de 1,2 est $\frac{1}{1,2}$.

L'inverse de $\frac{3}{4}$ est $\frac{4}{3}$.

Activité division de fractions : 7p29

Proposition | Diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse.

Exemple $\frac{3}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 5} = \frac{3}{5}$

On peut diviser par n'importe quel nombre en appliquant cette méthode :

$$\frac{15}{4} \div 5 = \frac{15}{4} \div \frac{5}{1} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{4}$$

Ne pas oublier qu'un trait de fraction a le même sens qu'une division :

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{4} \div \frac{5}{4}$$

→ **Exercices** 43p37, 44p37, 45p37, 46p37 (en DM?)

Chapitre 4

Sommes de fractions

→ **Exercice** 19p34 (somme et soustractions simples)

Activité 5.1p28 (fractions sans dénominateur commun)

Proposition | Pour ajouter deux fractions, il faut les mettre au même dénominateur. On ajoute alors les numérateurs et on garde le dénominateur.

→ **Exercices** 23p35 (multiple)

→ **Exercices** 24p35, 25p35 (sans dénominateurs communs)

→ **Exercices** 47p37, 48,49p38 (mélanges de calculs et priorités)