

Devoir maison n°17

Donné le 03/05/2010 – à rendre le 10/05/2010

Exercice 1 Dans chaque cas, donner une primitive de la fonction f et préciser sur quel intervalle I elle est définie. Le raisonnement permettant de trouver la primitive devra être détaillé (donner les formules identifiées).

1. $f(x) = (-2x + 1)^5$

2. $f(x) = (3x + 1)^{-5}$

3. $f(x) = \frac{1}{x}(\ln x)^2$

4. $f(x) = \frac{1}{x^2 \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}$

5. $f(x) = e^{3x+1}$

6. $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$

Exercice 2 Une boîte contient 8 cubes :

- 1 gros rouge et 3 petits rouges ;
- 2 gros verts et 1 petit vert ;
- 1 petit jaune.

Un enfant choisit au hasard et simultanément 3 cubes de la boîte (on admettra que la probabilité de tirer un cube donné est indépendante de sa taille et de sa couleur).

Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

Aide (souvent valable pour ce genre de problème) : considérer que les trois objets sont ordonnés.

1. On note

- A l'événement : « obtenir des cubes de couleurs différentes » ;
- B l'événement : « obtenir au plus un petit cube ».

Calculer $\mathbb{P}(A)$ et vérifier que $\mathbb{P}(B) = \frac{2}{7}$. Bien expliquer le raisonnement.

2. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de petits cubes rouges tirés par l'enfant.

- (a) Donner la loi de probabilité de X .
- (b) Calculer l'espérance mathématique de X .

3. L'enfant répète n fois l'épreuve « tirer simultanément trois cubes de la boîte », en remettant dans la boîte les cubes tirés avant de procéder au tirage suivant. Les tirages sont indépendants. On note \mathbb{P}_n la probabilité que l'événement B soit réalisé au moins une fois.

- (a) Déterminer \mathbb{P}_n en fonction de n .
- (b) Déterminer le plus petit entier n tel que $\mathbb{P}_n \geq 0,99$.