

Prouver par récurrence les propriétés du cours suivantes :

1. Soit $z \in \mathbb{C}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.
2. Dédire du point précédent (sans récurrence) que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.
3. Soit $z \in \mathbb{C}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|z^n| = |z|^n$ et $\arg(z^n) = n \arg(z)$.
4. Pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\exp(n) = e^n$, et plus généralement $\exp(nx) = (e^x)^n$.
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, la dérivée de $x \mapsto x^n$ est $x \mapsto nx^{n-1}$.

Prouver par récurrence les propriétés du cours suivantes :

1. Soit $z \in \mathbb{C}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.
2. Dédire du point précédent (sans récurrence) que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.
3. Soit $z \in \mathbb{C}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|z^n| = |z|^n$ et $\arg(z^n) = n \arg(z)$.
4. Pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\exp(n) = e^n$, et plus généralement $\exp(nx) = (e^x)^n$.
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, la dérivée de $x \mapsto x^n$ est $x \mapsto nx^{n-1}$.

Prouver par récurrence les propriétés du cours suivantes :

1. Soit $z \in \mathbb{C}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.
2. Dédire du point précédent (sans récurrence) que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.
3. Soit $z \in \mathbb{C}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|z^n| = |z|^n$ et $\arg(z^n) = n \arg(z)$.
4. Pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\exp(n) = e^n$, et plus généralement $\exp(nx) = (e^x)^n$.
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, la dérivée de $x \mapsto x^n$ est $x \mapsto nx^{n-1}$.

Prouver par récurrence les propriétés du cours suivantes :

1. Soit $z \in \mathbb{C}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.
2. Dédire du point précédent (sans récurrence) que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.
3. Soit $z \in \mathbb{C}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|z^n| = |z|^n$ et $\arg(z^n) = n \arg(z)$.
4. Pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\exp(n) = e^n$, et plus généralement $\exp(nx) = (e^x)^n$.
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, la dérivée de $x \mapsto x^n$ est $x \mapsto nx^{n-1}$.