Définition Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs non nuls et O, A et B trois points du plan tels que $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{OB}$.
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires et ont le même sens, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = OA \times OB$.
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires et sont de sens contraire, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -OA \times OB$.
- Soit A' le projeté orthogonal de A sur (OB) et B' le projeté orthogonal de B sur (OA).
  Alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = OA' \times OB = OA \times OB'$.

Si $\overrightarrow{u}$ ou $\overrightarrow{v}$ est nul, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0$.

Proposition
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont non nuls, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = OA \times OB \times \cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.
- Si $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x',y')$ dans un repère orthonormé, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = xx' + yy'$.
- $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{u}\|^2 + \|\overrightarrow{v}\|^2 - \|\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\|^2\right) = \dfrac{1}{2}\left(OA^2 + OB^2 - AB^2\right)$.
- Pour tous vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{w}$ et tout réel k,

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{u} \qquad (k\overrightarrow{u}) \cdot \overrightarrow{v} = k(\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}) \qquad \overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}) = \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} + \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w}$$

Définition On dit que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux si :
- soit $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ ou $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$;
- soit, lorsque $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{OB}$ sont non nuls, $(OA) \perp (OB)$.

Proposition Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0$

Théorème (d'Al-Kashi) Dans un triangle ABC, avec les notations habituelles,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$$

Théorème (de la médiane) Soit ABM un triangle et I le milieu de $[AB]$. Alors

$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2$$

Définition Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs non nuls et O, A et B trois points du plan tels que $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{OB}$.
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires et ont le même sens, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = OA \times OB$.
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires et sont de sens contraire, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -OA \times OB$.
- Soit A' le projeté orthogonal de A sur (OB) et B' le projeté orthogonal de B sur (OA).
  Alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = OA' \times OB = OA \times OB'$.

Si $\overrightarrow{u}$ ou $\overrightarrow{v}$ est nul, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0$.

Proposition
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont non nuls, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = OA \times OB \times \cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.
- Si $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x',y')$ dans un repère orthonormé, alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = xx' + yy'$.
- $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{u}\|^2 + \|\overrightarrow{v}\|^2 - \|\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\|^2\right) = \dfrac{1}{2}\left(OA^2 + OB^2 - AB^2\right)$.
- Pour tous vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{w}$ et tout réel k,

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{u} \qquad (k\overrightarrow{u}) \cdot \overrightarrow{v} = k(\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}) \qquad \overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}) = \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} + \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w}$$

Définition On dit que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux si :
- soit $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ ou $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$;
- soit, lorsque $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{OB}$ sont non nuls, $(OA) \perp (OB)$.

Proposition Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0$

Théorème (d'Al-Kashi) Dans un triangle ABC, avec les notations habituelles,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$$

Théorème (de la médiane) Soit ABM un triangle et I le milieu de $[AB]$. Alors

$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2$$