Exercice 1

1. On considère l'équation suivante, d'inconnues x et y :

$$2x + y = 4$$

   (a) Cette équation a-t-elle une solution ? A-t-elle plusieurs solutions ? Si oui, en donner.

   (b) Si l'on veut représenter les solutions dans un repère, qu'obtient-on ?
   Faire cette représentation. (aide : on pourra exprimer y en fonction de x)

2. On ajoute une nouvelle équation :

$$x + 2y = 2$$

   (a) Représenter les solutions de cette équation dans le même repère.

   (b) Déterminer graphiquement la solution du système :

$$(E_1)\left\{\begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{array}\right.$$

   (c) Vérifier par calcul la solution trouvée.

3. Résoudre graphiquement (à la manière vue plus haut) le système suivant :

$$(E_2)\left\{\begin{array}{r} x - y = 5 \\ 3x + 3y = 11 \end{array}\right.$$

Exercice 2 On veut résoudre les deux systèmes de l'exercice précédent par le calcul, et non graphiquement. On considère en général deux méthodes : la méthode par substitution et la méthode par combinaisons linéaires. Nous utiliserons la première pour le système (E_1) et la seconde pour le système (E_2).

1. **Méthode par substitution (Système (E_1)) :** on exprime y en fonction de x dans la première équation : $y = 4 - 2x$

   On remplace alors (on dit aussi substituer) y par l'expression en x obtenue dans la seconde équation : $x + 2(4 - 2x) = 2$

   La seconde équation devient alors une équation d'inconnue unique x. Résoudre cette équation. En déduire alors la valeur de y.

2. **Méthode par combinaisons linéaires (Système (E_2)) :** Le but est de multiplier l'une des deux équations par un nombre de telle sorte que l'une des variables ait le même coefficient dans les deux équations. On peut alors soustraire membre à membre les deux équations, pour obtenir une équation d'une seule variable. Pour le système (E_2), on peut par exemple multiplier la première équation par 3. On obtient alors :

$$\left\{\begin{array}{l} 3x - 3y = 15\ (L_1) \\ 3x + 3y = 11\ (L_2) \end{array}\right.$$

   x a le même coefficient dans les deux équations. Si l'on fait $(L_2) - (L_1)$ on obtient alors :

$$6y = -4$$

   Résoudre cette équation pour trouver y, puis remplacer sa valeur dans l'une des équations du système pour trouver x.

3. Résoudre (E_1) par combinaisons linéaires puis (E_2) par substitution.