

Devoir maison n°12
Donné le 17/05/2010 – à rendre le 25/05/2010

Exercice 1(6 points) Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$ et $-\infty$:

1. $f_1(x) = 2x - 10^7$
2. $f_2(x) = -4x^2 - 3x + 2$
3. $f_3(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 9$
4. $f_4(x) = 5x^2 - x + \frac{3}{x-8}$

Exercice 2(4 points) Déterminer les limites des fonctions suivantes en a (en distinguant limite à gauche et limite à droite), a étant donné pour chaque fonction :

1. $g_1(x) = \frac{x+7}{x-5}$, $a = 5$
2. $g_2(x) = x - 3 + \frac{5}{5-x}$, $a = 5$
3. $g_3(x) = 2x - 6 + \frac{3x+4}{x-3}$, $a = 3$

Exercice 3(10 points) Soit $f : x \mapsto \frac{x+2}{x^2+4x+3}$ et \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

1. Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f ?
2. (a) Vérifier que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $f(x) = \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{2(x+3)}$.
(b) Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers -1 en restant supérieur à -1 puis quand x tend vers -1 en restant inférieur à -1 .
(c) Faire de même quand x tend vers -3 .
3. Déterminer les limites de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et $-\infty$.
4. (a) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} \right)$.
(b) En déduire les variations de f .
(c) Dresser le tableau de variations de f (en y précisant les limites trouvées).
(d) Tracer \mathcal{C}_f sur $[-5; 0]$.