

Devoir surveillé n°2 – mathématiques
23/10/2009

Exercice 1(10 points) Une entreprise agro-alimentaire fabriquant deux produits (A et B) se fournit auprès de deux cultivateurs, Paul Ysant et Arthur Griculteur. On note x le nombre de tonnes achetées à M. Ysant et y le nombre de tonnes achetées à M. Griculteur. Avec une tonne de M. Ysant achetée 200€, on fabrique 400 produits A. Avec une tonne de M. Griculteur achetée 500€, on fabrique 300 produits B. On souhaite produire au total plus de 1 200 produits, pour un coût de matière première inférieur ou égal à 4 900€. Par ailleurs, M. Ysant ne peut pas produire plus de 10 tonnes et M. Griculteur ne dépasse pas les 9 tonnes.

1. Montrer que les contraintes de production correspondent au système suivant :

$$(\mathcal{S}) \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 4x + 3y \geq 12 \\ 2x + 5y \leq 49 \end{cases}$$

2. Représenter graphiquement dans un repère orthonormé les solutions de ce système. Les tracés et la coloration de la région du plan solution doivent être justifiés sur la copie.
3. L'entreprise fait un bénéfice de 0,15€ sur chaque produit A et de 0,80€ sur chaque produit B.
- Exprimer le bénéfice réalisé sur les produits A pour un achat de x tonnes à M. Ysant.
 - Exprimer le bénéfice réalisé sur les produits B pour un achat de y tonnes à M. Griculteur.
 - En déduire que le bénéfice total est $60x + 240y$.
 - Tracer la droite correspondant aux couples $(x; y)$ pour lesquels le bénéfice total est de 600€.
 - Déterminer graphiquement le couple $(x_0; y_0)$ pour lequel le bénéfice est maximal, tout en respectant les contraintes de production. Quel est alors le bénéfice ?

Exercice 2(10 points) On considère la fonction f définie sur $[-5; 5]$ et représentée ci-contre.

- Donner l'image de 3 par f .
- Résoudre graphiquement $f(x) = 2$
- Combien 3 a-t-il d'antécédents par f ?
- Résoudre graphiquement $f(x) \leq 1$.
- Représenter ci-contre et en bleu la fonction $g : x \mapsto f(x + 2)$.
- Représenter d'une autre couleur la fonction $h : x \mapsto f(x) - 3$.
- Sur l'intervalle $[0; 3]$, la courbe représentative de f est un segment. Donner l'équation de la droite portée par ce segment.

