

Devoir surveillé n°9 – mathématiques

27/05/2010

La qualité de rédaction est prise en compte dans la notation

Exercice 1(6 points) Déterminer les limites des fonctions suivantes en détaillant :

1. $h(x) = -3x^3 - 2x^2 + 5$ lorsque x tend vers $-\infty$.
2. $f(x) = \frac{-3}{3-x}$ lorsque x tend vers 3 par valeurs supérieures.
3. $g(x) = 2x - 10^7 + \frac{5}{4-7x}$ lorsque x tend vers $+\infty$.

Exercice 2(4 points)

1. Résoudre l'équation $x^2 + x - 12 = 0$
2. Déterminer le signe de l'expression $x^2 + x - 12$ selon les valeurs de x .
3. Quel est le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-12}$?
4. Déterminer les limites de la fonction f en 3 par valeurs supérieures et par valeurs inférieures.

Exercice 3(10 points) Soit f la fonction définie sur $] -3; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2+x-2}{2x+6}$.Sa courbe représentative dans un repère du plan est notée $\mathcal{C}_f$.

1. (a) Justifier que f est bien définie sur $] -3; +\infty[$.
(b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
(c) Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x > -3}} f(x)$.
(d) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \left(\frac{x}{2} - 1 \right) \right) = 0$.
(On pourra mettre l'expression au même dénominateur).
(e) Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y = \frac{x}{2} - 1$. Qu'est-ce que le résultat de la question précédente permet de dire à propos de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}$?
2. Soit f' la dérivée de f .
(a) Calculer $f'(x)$.
(b) Étudier le signe de $f'(x)$.
(c) En déduire les variations de f sur $] -3; +\infty[$.
(d) La fonction f a-t-elle des extrema ? Si oui, préciser leur valeur.