

Chapitre 1

Pourcentages

A Rappels

Activité A à D du QCMp10

Un pourcentage représente une **proportion** d'une partie dans un tout. Une proportion est généralement vue comme une fraction, la fraction

$$\frac{\text{nombre d'éléments de la partie}}{\text{nombre d'éléments du tout}}$$

Le pourcentage est le nombre d'éléments que devrait avoir la partie si le nombre d'éléments du tout était 100. Autrement dit : c'est le nombre d'éléments qui seraient dans la partie pour cent éléments au total (d'où le terme 'pourcent'). L'avantage de ramener communément l'ensemble au nombre 100 est de simplifier la compréhension de la proportion en la rendant habituelle. Pour conserver les bonnes proportions, on utilise donc la **proportionnalité**.

Exemple Une ville de 20345 habitants comporte 10647 femmes. Quelle est la proportion de femmes ?

C'est $\frac{10647}{20345}$, ce qui n'est pas très compréhensible. On peut calculer la valeur de la fraction, qui est environ 0.5233. Mais puisque l'on parle de personnes, on préfère obtenir un nombre de personnes. On cherche donc à ramener le nombre d'habitants de la ville à 100 et à donner le nombre de femmes qu'il y aurait en conservant les proportions (le nombre de femmes est proportionnel au nombre d'habitants).

Nombre de femmes	10647	?
Nombre d'habitants	20345	100

 $\uparrow \times$

Le tableau étant un tableau de proportionnalité, son coefficient de proportionnalité est la proportion $\frac{10647}{20345}$

Le nombre de femmes pour 100 habitants est donc $\frac{10647}{20345} \times 100 \simeq 52$.

Proposition Soit P et T deux quantités de même nature, exprimées dans la même unité. P est $x\%$ de T si

$$x = \frac{P}{T} \times 100$$

$x\%$ de T est alors : $P = \frac{x}{100} \times T$

Exemple 20% de 150 est $\frac{20}{100} \times 150 = 30$

→ **Exercices** 1,2p24 (calcul de pourcentage)

→ **Exercice** 5p24 (choix des bons nombres)

→ **Exercices** 10,12p25 (application de pourcentage base)

→ **Exercices** 13p25 (choix des bons nombres)

B Augmentation et baisse en pourcentage

Proposition Pour augmenter un nombre N de $t\%$, on calcule les $t\%$ de N et on les ajoute à N :

$$N + \frac{t}{100} \times N$$

Autre manière de voir, on multiplie N par $1 + \frac{t}{100}$:

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right) \times N$$

(il suffit en effet de factoriser par N)

Proposition Pour diminuer un nombre N de $t\%$, on fait de manière similaire :

$$N - \frac{t}{100} \times N \quad \text{ou} \quad \left(1 - \frac{t}{100}\right) \times N$$

Exemple calculer une augmentation de 15% d'une quantité Q c'est faire :

$$\left(1 + \frac{15}{100}\right) \times Q = (1 + 0,15)Q = 1,15 \times Q$$

Exemple calculer une baisse de 8% d'une quantité P c'est faire :

$$\left(1 - \frac{8}{100}\right) \times P = (1 - 0,08)P = 0,92 \times P$$

→ **Exercice** 30p28 (calcul basique, jusqu'à France voire plus), 22p26 (tolérance)

→ **Exercice** 17p25 (pourcentage à partir d'une multiplication)

Proposition Si on connaît le nombre N_f après augmentation et le pourcentage t , on peut calculer le nombre N_i avant augmentation.

Puisque $N_f = \left(1 + \frac{t}{100}\right) \times N_i$, on a

$$N_i = N_f \div \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

Pour une baisse c'est similaire (à savoir retrouver plutôt qu'à apprendre par cœur)

Voir 2p13

Proposition Si une quantité est passée de A à B , quelle a été l'évolution en pourcentage ? L'évolution, c'est la différence $B - A$. On veut le pourcentage par rapport à la valeur initiale A .

Le pourcentage recherché est donc :

$$\frac{B - A}{A} \times 100$$

Que l'on peut voir, en simplifiant, comme :

$$\left(\frac{B}{A} - 1\right) \times 100$$

Le nombre est positif ou négatif, selon qu'il s'agit d'une augmentation ou d'une baisse respectivement.

→ **Exercice** 24p26 (base)

→ **Exercices** 18,25p26 (tous les cas sens)

→ **Exercice** En DM : 21p26

C Évolutions successives

Appliquer successivement des pourcentages peut se voir comme faire des multiplications successives.

Soit Q_0 une quantité initiale. Imaginons une augmentation de $t\%$ puis une augmentation de $t'\%$

Après la première augmentation, on a une quantité $Q_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right) \times Q_0$ La quantité finale est alors $Q_2 = \left(1 - \frac{t'}{100}\right) \times Q_1 = \left(1 - \frac{t'}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) \times Q_0$

Exemple Dans une banque un livret d'épargne rapporte 2% par an. Lorsque l'on débute un livret en déposant 500€, au bout de deux ans le compte contient :

$$500 \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) = 500 \times 1,02 \times 1,02 = 520.20\text{€}$$

→ **Exercices** 37p29 (plusieurs années d'intérêts), 40p29 (augmenter puis diminuer du même pourcentage)

Voir 3p15

→ **Exercice** 41p29

D Variation en terme d'indice

Voir 4p14 et page 15.

→ Exercice 43p30

E Pourcentage de pourcentage

Voir 5p16

→ Exercices 45,48p30

F Addition de pourcentages, comparaison

Voir 6p16

→ Exercice 52p31

→ Exercice DM : que penser de 1Ap32 (si le prix des communications baisse de 30%, je peux téléphoner 30% en plus)