Chapitre 1

Systèmes d'équations

Activité fiche systèmes

A Équations de droites

Soit $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ un repère.
Proposition Si a ou b est différent de 0, l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que $ax + by + c = 0$ est une droite.

Remarque Dans le cas où $b = 0$ (et donc $a \neq 0$), on a $ax + c = 0$, c'est à dire $x = -\frac{c}{a}$. La valeur de y étant quelconque, la droite est donc 'verticale'.
Proposition Soit $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ deux droites d'équation respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$. $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont parallèles si et seulement si $ab' - a'b = 0$
Autrement dit, elles son sécantes si et seulement si $ab' - a'b \neq 0$.
Ainsi, on peut en déduire :
Proposition Soit le système linéaire de deux équations à deux inconnues x et y suivant :

$$\begin{cases} ax + b = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Ce système a une **unique solution** si et seulement si $ab' - a'b \neq 0$.
On appelle ce nombre le déterminant du système.
Ainsi, si le déterminant est non nul, il y a une unique solution.
Si le déterminant est nul, il y a soit une infinité de solutions, soit aucune solution (selon que les droites sont confondues ou strictement parallèles).

B Méthodes de résolution

Il y a trois méthodes pour résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues.

(expliquée dans la fiche donnée en début de chapitre)

1. La méthode graphique, qui consiste à tracer les droites représentées par les équations et à déterminer les coordonnées des points d'intersections entre les droites (éventuellement aucun ou une infinité). Cette méthode est imprécise en général.
2. La méthode par substitution, qui consiste à exprimer une des variables en fonction de l'autre dans l'une des équations, puis à remplacer (substituer) dans l'autre équation cette variable par l'expression obtenue. On obtient par résolution d'une équation du premier degré la valeur de la seconde variable, puis celle de la première.
3. La méthode par combinaisons linéaires, qui consiste à rendre les coefficients d'une variable identiques dans les deux les équations en multipliant les équations par des nombres, puis à faire des soustraction membre à membre des équation afin de supprimer cette variable dans une équation. On résout alors une équation du première ordre, ce qui donne la valeur d'une des variables, ce qui nous permet alors de déterminer la valeur de l'autre variable.

→ **Exercices** (méthode au choix et vérification graphique) : 9,12,14,13,... p52
→ **Exercices** (transformation en système linéaire) : 19,20p52
→ **Exercices** (compréhension d'énoncé pour trouver un système) : 27p53, 30p53, 32p53

C Inéquation $ax + by + c > 0$

Proposition Si a ou b est non nul, l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $ax+by+c > 0$ est un demi-plan dont la droite d'équation $ax + by + c = 0$ est la frontière. L'autre demi-plan est l'ensemble des points vérifiant $ax + by + c < 0$.

Pour déterminer lequel des demi-plans est le bon, il suffit de calculer $ax + bx + c$ pour un point $M(x; y)$ n'appartenant pas à la droite.
Voir page 42.
→ **Exercices** 33p53 (application de base), 36p53 (plusieurs inéquations - régionnement)
→ **Exercices** 40,41p54,55 (trouver les inéquations à partir d'une région colorée d'un repère)