

Chapitre 1

Généralités sur les fonctions

Activité QCM p118 (images, équations, croissance,...)
→ **Exercices** 1p136, (2p136)

A Sens de variation

Définition Une fonction f définie sur un intervalle I est strictement croissante (resp. décroissante) sur I si quels que soient x et y dans I on a :

$$\text{Si } x < y, \text{ alors } f(x) < f(y) \text{ (resp. } f(x) > f(y))$$

Pour le retenir on peut dire que f conserve l'ordre (resp. change l'ordre).

Établir les variations d'une fonction f , c'est trouver les intervalles sur lesquels la fonction f est croissante et ceux sur lesquels la fonction f est décroissante. On peut alors dresser un tableau de variation.

Dessin et tableau

→ **Exercices** 15p137, 16p138 (étude avec un tableau de variation)

Les sens de variations de certaines fonctions sont à connaître :

- Les fonctions affines $x \mapsto ax + b$ sont décroissantes sur \mathbb{R} si $a < 0$, croissantes sur \mathbb{R} si $a > 0$.
- La fonction $x \mapsto x^2$ est décroissante sur $] -\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.
- La fonction $x \mapsto x^3$ est croissante sur \mathbb{R} .
- La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur $] -\infty; 0[$ et encore décroissante sur $]0; +\infty[$.
- La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est croissante sur $[0; +\infty[$ (et non définie ailleurs).

Voir : Page 122, courbes représentatives des fonctions inverse, racine carrée, carré, et cube.

→ **Exercice** 12p137 (retrouver la représentation)

B Fonctions associées

Activité 5.1 et 5.2 p121 (translation horizontale et verticale d'une courbe)

Proposition Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère, soit f une fonction.

1. Si g est définie par $g(x) = f(x - a)$, la représentation graphique de g s'obtient par la translation de vecteur de coordonnées $(a; 0)$ de la représentation graphique de f (attention au signe de a).
2. Si g est définie par $g(x) = f(x) + b$, la représentation graphique de g s'obtient par la translation de vecteur de coordonnées $(0; b)$ de la représentation graphique de f .
3. Si g est définie par $g(x) = -f(x)$, la représentation graphique de g s'obtient par la symétrique par rapport à l'axe des abscisses de la représentation graphique de f .

→ **Exercices** 18,19p138 (un déplacement)

→ **Exercices** 21,22p138 (deux déplacements)

→ **Exercices** 24p139 (observation) (Contient la fonction valeur absolue)

→ **Exercices** 26p139 (représenter des fonctions – à partir d'un graphe)

→ **Exercices** 31p139 (représenter des fonctions – expressions seules)

C Opérations sur les fonctions

→ **Exercices** 37,38,39p140 (exprimer la somme de fonctions)

Proposition Soit f et g deux fonctions définies et strictement croissantes (resp. décroissantes) sur I . Alors la fonction $f + g$ est strictement croissante (resp. décroissante) sur I .

Preuve : □

Exemple Soit $f(x) = x^2 + 3x - 2$ définie sur \mathbb{R} . f peut être vue comme la somme de deux fonctions : $x \mapsto x^2$, $x \mapsto 3x - 2$.

$f_1 : x \mapsto x^2$ est croissante $[0; +\infty[$.

$f_2 : x \mapsto 3x - 2$ est affine avec un coefficient directeur $k = 3 > 0$ f_2 est croissante sur $[0; +\infty[$.

Comme $f = f_1 + f_2$ et que les trois fonctions sont croissantes sur \mathbb{R} , f est croissante sur \mathbb{R} .

Remarque on ne peut rien conclure par la même méthode sur $] - \infty; 0]$

→ **Exercices** 45,46,47p141 (tracer somme point à point avec la représentation de chaque fonction)

D Composition de fonctions

Activité 4p120

Définition Soit f et g deux fonctions dont l'enchaînement est possible. On appelle « f suivie de g » la fonction définie par

$$x \mapsto g(f(x))$$

$$x \mapsto f(x) \mapsto g(f(x))$$

Remarque L'enchaînement n'est possible que si $f(x)$ est dans le domaine de définition de g .

Proposition Soit f et g deux fonctions telles que l'enchaînement « f suivie de g » soit possible.

1. Si f et g ont la même variation, alors la composée est croissante.
2. Si f et g ont des variations contraires, alors la composée est décroissante.

Preuve :

□

- **Exercices** 48,49p141 (expression de la composée)
- **Exercices** 57,58p141 (décomposition)
- **Exercices** 60p141 (variation)