

# Chapitre 1

## Statistiques

### A Rappels

**Activité** QCMp62 (sauf D) : rappels sur moyenne et médiane

Une étude statistique est l'observation d'un (ou plusieurs) **caractères** (ex : note, longueur, prix, ...) chez un certain nombre d'individus (ex : élèves, objets, ...) ayant un effectif total  $N$ . On obtient alors une **série statistique**  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  exprimant les valeurs du caractère pour chaque individu.

Dans le cas où les valeurs prises par les caractères sont numériques et peuvent être naturellement ordonnées, on peut calculer l'amplitude, la moyenne et chercher la médiane.

La médiane est la valeur du caractère qui sépare la population en deux parties de même taille : celle dont le caractère est inférieure et celle dont le caractère est supérieur à cette valeur.

Dans ce cas, on parle de caractère :

- **discret** si les valeurs prises sont isolées (ex : nombres entiers)
- ou **continu** si les valeurs prises peuvent être naturellement comprises dans des intervalles que l'on appelle **classes** (ex : taille en centimètres :  $[160; 180[$ , ...).

### B Histogrammes

**Définition** Pour un caractère prenant ses valeurs dans des classes, on peut faire une représentation sous la forme d'un **histogramme**. Les rectangles construits doivent avoir une **aire** proportionnelle aux effectifs.

→ **Exercice** lire 1p65 (et page 64)

→ **Exercices** 2p78, 4p78 (3p78)

## C Lissage de séries chronologiques

**Définition** Lorsque la série statistique porte sur des observations faites dans le temps, on parle de série chronologique.

**Exemple** évolution d'un salaire avec le temps.

**Définition** Soit  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  les valeurs prises par une série chronologique à des dates croissantes. Lisser cette série par des **moyennes mobiles d'ordre 3** c'est remplacer la série  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  par la série  $(y_2, \dots, y_{N-1})$  où

$$y_i = \frac{x_{i-1} + x_i + x_{i+1}}{3}$$

**Remarque** : il y a deux valeurs de moins dans la série.

→ **Exercice** lire 2p65

→ **Exercices** 5p78 (7p78)

## D Quartiles

**Définition** Soit  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  dont les valeurs sont triées par ordre croissant. Le premier quartile  $Q_1$  est la valeur  $x_i$  qui est telle que  $i$  est supérieur ou égal au quart de  $N$ .

Le troisième quartile  $Q_3$  est la valeur  $x_i$  qui est telle que  $i$  est supérieur ou égal aux trois quarts de  $N$ .

**Remarque** la médiane peut être considérée comme le second quartile.

**Exemple** voir p66

**Définition** L'intervalle interquartiles est l'intervalle  $[Q_1; Q_3]$ , l'écart interquartiles est alors  $Q_3 - Q_1$ .

→ **Exercice** lire p66 le diagramme en boîte (ou diagramme à moustaches).

→ **Exercices** 9p79, 14p79, 17p80

## E Mesure de la dispersion autour de la moyenne

**Définition** Soit  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ . On note  $\bar{x}$  sa moyenne :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_N}{N}$$

La **variance**  $V$  de la série est la moyenne des carrés des écarts entre les valeurs et la moyenne :

$$V = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$

**Remarque** la variance est toujours un nombre positif.

**Exemple** Voici deux séries statistiques, consistant en des notes de deux élèves.

– 10 ; 11 ; 12. Moyenne : 11. Variance :  $\frac{(10 - 11)^2 + (11 - 11)^2 + (12 - 11)^2}{3} = \frac{2}{3} \simeq 0,67$

– 8 ; 11 ; 14. Moyenne : 11. Variance :  $\frac{(8 - 11)^2 + (11 - 11)^2 + (14 - 11)^2}{3} = \frac{18}{3} = 6$

On remarque que les notes de l'élève 2 a des notes plus dispersées que l'élève 1, ce qui se confirme en voyant que la variance pour l'élève 2 est plus grande que celle de l'élève 1.

**Définition** La variance  $V$  étant positive, on appelle **écart-type** de la série statistique le nombre  $s = \sqrt{V}$ .

**Exemple** L'écart type des notes de l'élève 1 est  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ .

**Proposition** La moyenne  $\bar{x}$  est la valeur qui rend minimale la somme définie par  $S(x) = (x_1 - x)^2 + \dots + (x_N - x)^2$ .

→ **Exercices** (DM : 21,23 p80 : effets de structure)

→ **Exercices** 25, 26, 29p81 (et autres éventuellement)