

Devoir maison n°2

Donné le 15/09/2009 – à rendre le 22/09/2009
La note tiendra compte de la qualité de la rédaction**Exercice 1** Le but de l'exercice est de comparer les deux nombres suivants :

$$A = \frac{1,000\,000\,2}{1,000\,000\,4} \text{ et } B = \frac{0,999\,999\,6}{0,999\,999\,8}$$

1. Soient f et g les fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{1+2x}{1+4x} \text{ et } g(x) = \frac{1-4x}{1-2x}$$

(a) Quels sont les ensembles de définition D_f et D_g des fonctions f et g ?(b) Que vaut $f(10^{-7})$? Que vaut $g(10^{-7})$?2. Pour comparer les nombres A et B , on va comparer les fonctions f et g en étudiant la différence $f(x) - g(x)$.

(a) Démontrer que

$$f(x) - g(x) = \frac{12x^2}{(1+4x)(1-2x)}$$

(b) Résoudre l'inéquation $f(x) - g(x) > 0$ (aide : tableau de signe)(c) En déduire le signe de $f(10^{-7}) - g(10^{-7})$.

(d) Conclure

Exercice 2 $ABCD$ est un tétraèdre et I, J, K, L, M et N sont les milieux des côtés $[AC]$, $[AD]$, $[BD]$, $[BC]$, $[AB]$ et $[CD]$ respectivement. (Voir la figure de l'exercice 15p181).1. Montrer que $IJKL$, $MJNL$ et $MINK$ sont des parallélogrammes.

2. Prouver que ces parallélogrammes ont le même centre.

(aide : penser aux propriétés des parallélogrammes).

3. On considère le point G défini par :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

(On dit que G est le centre de gravité du tétraèdre)Montrer que G est le milieu du segment $[IK]$. Qu'en déduit-on ?4. Soit A' le centre de gravité du triangle BCD . On a alors :

$$\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{A'D} = \vec{0}$$

Démontrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$.5. En déduire que G est l'intersection de 7 droites remarquables du tétraèdre.**Exercice 3** Soit P et Q des énoncés. Un énoncé est soit vrai soit faux. On suppose que :si P est vrai alors Q est vraiQue penser de P si jamais il se trouve que Q est faux ? Pourquoi ?