LYCÉE ERNEST BICHAT **1S**

2009–2010

Devoir maison n°3

Donné le 29/09/2009 – à rendre le 06/10/2009

La note tiendra compte de la qualité de la rédaction

Exercice 1 Nous utilisons dans cet exercice la fonction valeur absolue. La valeur absolue d'un nombre a de $\mathbb{R}$, notée $|a|$, vérifie :

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a \leq 0 \end{cases}$$

1. Justifier que quel que soit $a \in \mathbb{R}$, $|a| \geq 0$.
2. Soit h la fonction définie sur $]0;3[\cup]3;+\infty[$ par :

$$h(x) = \frac{1}{|x-3|} + \frac{1}{|x+3|}$$

   (a) Justifier que :

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3-x} + \dfrac{1}{x+3} & \text{si } x \in]0;3[\\[2ex] \dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{x+3} & \text{si } x \in]3;+\infty[\end{cases}$$

   (b) Montrer que h est décroissante sur $]3;+\infty[$.

   (c) i. Montrer que pour tous nombres a et b de $]0;3[$,

$$h(a) - h(b) = \frac{6(a^2 - b^2)}{(9-a^2)(9-b^2)}$$

   ii. En déduire le sens de variation de h sur $]0;3[$.

Exercice 2 Soit $f : x \to x^2$. On considère alors les fonctions $g : x \to f(x+1)$ et $h : x \to f(x) + 1$.

1. Expliciter les expressions de g et h.
2. Faire un tableau de valeurs de la fonction f.
   Tracer ensuite la courbe Γ_f de la fonction f sur l'intervalle $[-3;3]$.
3. Tracer sur le même repère la courbe Γ_g de la fonction g (d'une couleur différente).
4. Tracer sur le même repère la courbe Γ_h de la fonction h (d'une couleur différente).
5. Par quelle transformation géométrique passe-t-on de Γ_f à Γ_g ?
6. Par quelle transformation géométrique passe-t-on de Γ_f à Γ_h ?

Exercice 3 Soit f et g deux fonctions définies sur le même intervalle I, toutes deux strictement **positives** et **croissantes** sur I. Prouver avec la définition que la fonction fg est croissante sur I.