

Devoir maison n°4
Donné le 13/10/2009 – à rendre le 20/10/2009

Exercice 1 En observant le drapeau ci-dessous, un acharné des nombres se demande quelle largeur peut avoir la croix pour que son aire reste inférieure ou égale à l'aire restante du drapeau.

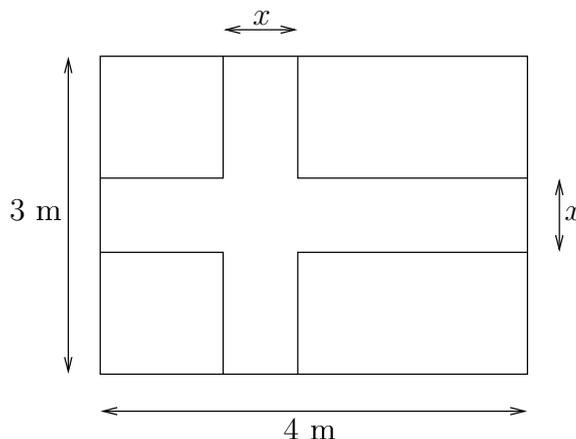
La largeur est au minimum égale à 0,5 m.

1. On désigne par x la largeur de la croix.

Montrer que x est solution de l'inéquation :

$$x^2 - 7x + 6 \geq 0$$

2. Vérifier que $(x - 6)(x - 1) = x^2 - 7x + 6$
3. Trouver alors les solutions mathématiques de cette inéquation et en déduire les solutions du problème posé.



Exercice 2 La fonction g est définie par :

$$g(x) = \left(\frac{4}{x} + 2\right)^2$$

1. Donner l'ensemble de définition de g .
2. Résoudre l'équation $g(x) = 0$.
3. À l'aide d'une calculatrice (ou un ordinateur), faire la représentation graphique de g .
À partir de ce dessin, conjecturer les variations de g .
4. Écrire g comme la composée de plusieurs fonctions références (affine, carré, ...).
5. Déterminer et justifier alors les variations de g .

Note : Cette justification est le point difficile et long de l'exercice. On s'attachera particulièrement à justifier les intervalles intermédiaires sur lesquels les fonctions intermédiaires sont définies.

Exercice 3 On considère un pentagone $ABCDE$.

Déterminer puis représenter l'ensemble Δ des points M tels que :

$$\left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| 4\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} \right\|$$

Pour cela, on pourra introduire les barycentres de systèmes bien choisis.