

Devoir maison n°7
Donné le 24/11/2009 – à rendre le 01/12/2009

Exercice 1 Une réunion de cosmonautes du monde entier a lieu à Paris. Les cosmonautes américains portent tous une chemise rouge. Répondre, en expliquant, aux questions suivantes :

- À l'aéroport on voit quelqu'un qui porte une chemise blanche.
Est-il cosmonaute américain ?
- À côté de la personne précédente, on voit quelqu'un qui porte une chemise rouge.
Est-il cosmonaute américain ?
- Le haut-parleur annonce l'arrivée d'un cosmonaute russe.
Porte-t-il une chemise rouge ?
- Dans le hall, on voit un cosmonaute américain qui porte un manteau.
Porte-t-il une chemise rouge ?

Exercice 2 Les réponses devront bien sûr être justifiées.

A Voici deux propositions où a et b désignent des nombres réels :

$$\mathcal{P}_1 : (a + b)^2 = 0 \quad \mathcal{P}_2 : a = 0 \text{ et } b = 0$$

Si a et b sont des nombres réels tels que \mathcal{P}_2 est vraie, alors \mathcal{P}_1 est vraie.

Ainsi pour a et b réels, la proposition \mathcal{P}_2 implique la proposition \mathcal{P}_1 , ce que l'on note $\mathcal{P}_2 \Rightarrow \mathcal{P}_1$.

Est-il vrai que pour a et b réels, $\mathcal{P}_1 \Rightarrow \mathcal{P}_2$?

B Voici quelques propositions où a et b désignent des nombres réels :

$$\begin{array}{lll} \mathcal{P}_1 : a^2 = b^2 & \mathcal{P}_2 : a = b & \mathcal{P}_3 : a = -b \\ \mathcal{P}_4 : (a + b)(a - b) = 0 & \mathcal{P}_5 : a = b \text{ ou } a = -b & \mathcal{P}_6 : a = 0 \text{ ou } b = 0 \end{array}$$

- Quelles sont les implications du type $\mathcal{P}_1 \Rightarrow \mathcal{P}_{\dots}$, vraies pour a et b réels ?
- Quelles sont les implications du type $\mathcal{P}_{\dots} \Rightarrow \mathcal{P}_1$, vraies pour a et b réels ?
- Quelles sont les propositions équivalentes pour a et b réels ?
(\mathcal{P} et \mathcal{Q} sont équivalentes si $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ et $\mathcal{Q} \Rightarrow \mathcal{P}$)
- Application : résoudre l'équation $(2x - 3)^2 = (2x + 9)^2$ sans calculer de discriminant.
- Vérification : résoudre l'équation précédente par une autre méthode.

Exercice 3 Pour tout réel m on définit la fonction polynomiale $f_m(x) = (m-1)x^2 + (m-1)x + (m-4)$.

- Pour quelles valeurs de m f_m est une fonction polynomiale de degré 2 ?
- Déterminer les racines de la fonction f_1 .
- Déterminer les racines de la fonction f_2 .
- Déterminer en fonction de m le nombre et l'expression des racines de f_m .
Aide : chercher le signe du discriminant (en fonction de m).