LYCÉE ERNEST BICHAT **1S**

2009–2010

Devoir surveillé n°3 – mathématiques

18/11/2009

Exercice 1(QCM - 6 points) Indiquer la ou les affirmations correctes pour chaque question. Aucune justification n'est demandée mais : une mauvaise réponse fait perdre 0, 5 points ; une absence de réponse vaut 0 points. La note minimale sur l'exercice reste 0.

1. Soit m un réel et $S = \{(A, 3m); (B, 2m-3)\}$ un système de points pondérés. S admet un barycentre si :

$$a)m \neq \frac{3}{5} \qquad b)m \neq -3 \qquad c)m \neq 0$$

2. En considérant la figure ci-dessous, B est le barycentre de :

$$a)\{(A, 2); (C, 3)\} \qquad b)\{(A, 2); (D, 4)\} \qquad c)\{(D, -3); (C, 1)\}$$

3. Soit ABC un triangle, M le barycentre du système de points pondérés $\{(A, 1); (B, 3); (C, -2)\}$. Les points I et J sont définis par $\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$. Alors :

$$a)I = Bar\{(B, 3); (C, -2)\} \qquad b)J = Bar\{(A, 3); (B, 1)\} \qquad c)M \text{ est le milieu de } [AI]$$

4. Soit $G = Bar\{(A, 2); (B, 3)\}$. Alors :

$$a)\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \qquad b)2\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{GB} \qquad c)5\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AB}$$

Exercice 2(8 points) Soit ABC un triangle, I est le milieu du segment $[AB]$, J et K sont les points définis par les égalités vectorielles :

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AC}$$

1. Faire une figure.
2. Écrire le point A comme barycentre des points B et I.
3. Écrire le point C comme barycentre des points J et B.
4. Écrire le point K comme barycentre des points A et C.
5. Démontrer que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 3(6 points) ABC est un triangle. Soit $S = \{(A, 1); (B, 1); (C, 2)\}$ et I le milieu de $[AB]$.

1. Démontrer que S admet un barycentre. On appelle K ce barycentre.
2. Démontrer que $K = Bar\{(I, 1); (C, 1)\}$.
3. En déduire la position du point K.
4. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\|$$

   Bien définir tout point nécessaire au raisonnement.

Exercice 4(7 points) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$.

1. Développer et réduire $(3x - 1)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des réels.
2. Déterminer la valeur des réels a, b et c afin que $f(x) = (3x - 1)(ax^2 + bx + c)$.
3. Déterminer pour quelles valeurs de x on a $f(x) \geq 0$.

Exercice 5(5 points) Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{1 - 5x}{-x^2 + x - 1}$.

1. Vérifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.
2. Quel est le signe de $-x^2 + x - 1$ sur $\mathbb{R}$?
3. Montrer que pour tout réel x, $f(x) < 5$.

Exercice 6(8 points) Soit f la fonction définie par $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ pour tout x réel. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1. Former le tableau de variations de f et préciser la nature de la courbe $\mathcal{C}$.
2. Montrer que la courbe $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses en deux points A et B dont on précisera les coordonnées.
3. Pour quelles valeurs de x la courbe $\mathcal{C}$ est-elle située au dessus de l'axe des abscisses ?
4. Tracer la courbe $\mathcal{C}$.