Chapitre 1

Angles orientés

Activité deux premiers cadres page 46 (sauf 2 du second) (Définition du cercle trigonométrique)

A Définitions

On considère le cercle trigonométrique, de centre O et de rayon 1 orienté positivement (sens opposé des aiguilles d'une montre). On considère deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ non nuls.

Définition Le couple $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ est appelé **angle orienté** de vecteurs.

Dessin avec M et N.

Définition Une **mesure en radian** de l'angle orienté $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}$ est une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{ON})$

<u>**Exemple**</u> **dessin** avec I (origine du cercle trigonométrique), O et M et l'angle x.

Définition On dit que M est l'image de x, ou que x est la mesure en radian de $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$.

Proposition Soit x une mesure d'un angle orienté $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$. Alors toutes les mesures de cet angle sont de la forme $x + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Remarque l'angle 2π représente le tour complet du cercle.

Définition On définit **la mesure principale** comme étant la mesure (unique) qui se trouve dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

<u>**Exemple**</u> Cas particuliers : $\pi/3$, $\pi/4$, $\pi/2$, π.

Proposition Soit M et N deux points du cercle trigonométrique où M est l'image de x et N est l'image de y. La mesure de l'angle $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{ON})$ est le nombre $y - x$.

Dessin

Remarque un angle orienté peut être négatif. Il ne faut pas confondre angle orienté et angle géométrique. La mesure de l'angle géométrique est la valeur absolue de celle de l'angle orienté.

→ **Exercices** 7p71 (associer), 10 et 11p72 (placer avec équation), 13p72 $(y - x)$, 15 et 17p72 (mesure principale)

B Propriétés

Proposition Deux angles orientés θ et θ' sont égaux si et seulement si il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que

$$\theta' = \theta + 2k\pi$$

Remarque cela signifie que $\theta' - \theta$ est un multiple de 2π.
Proposition (Relation de Chasles) Pour tous vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ non nuls,

$$(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{w}) + (\overrightarrow{w}; \overrightarrow{v})$$

Dessin
Conséquences :(avec dessins)

$$(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = -(\overrightarrow{v}; \overrightarrow{u})$$
$$(-\overrightarrow{u}; -\overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$$
$$(\overrightarrow{u}; -\overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) + \pi$$
$$(-\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) + \pi$$

→ **Exercices** 20p72 (angles sur figure géométrique - corrigé), 21p73
Proposition Soit k un réel **positif** et $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ un angle orienté. Alors $(k\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$
Proposition Soit deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$. Ces deux vecteurs sont colinéaires et de même sens si $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = 0$.
Ces deux vecteurs sont colinéaires de sens contraire si $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = \pi$.
→ **Exercices** 23, 26, 28p73