Devoir surveillé n°02 – mathématiques
08/11/2010

Exercice 1(8 points) Soit g une fonction définie et dérivable sur l'ensemble $]-\infty;-5[\cup]-5;+\infty[$. On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de g dans un repère donné du plan. On donne ci-dessous le tableau de variations de g :

Valeurs de x	$-\infty$		-5		-1		4		$+\infty$
Variations de g	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des affirmations ci-dessous indiquer : « vrai » ou « faux » ou « on ne peut pas conclure ». Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse apporte 1 point, une mauvaise réponse enlève 0,5 points. L'absence de réponse n'est pas considérée comme une mauvaise réponse. La note minimale donnée pour l'exercice est 0.

1. Pour tout réel $x \in]-1;+\infty[$, $g(x) \leq 5$.
2. Pour tout réel $x \in]-5;4]$, $g'(x) \geq 0$ (g' désigne la dérivée de g).
3. La droite d'équation $x = 1$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$.
4. La courbe $\mathcal{C}$ admet une droite asymptote en $-\infty$.
5. Soit ln une fonction définie et dérivable sur $]0;+\infty[$, strictement croissante et telle que $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln(x) = -\infty$, $\ln(1) = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$.
   On définit alors la fonction f sur $]-1;+\infty[$ par $f(x) = \ln(g(x))$.
   (a) Pour tout réel $x \in [4;+\infty[$, $f(x) \geq 0$.
   (b) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[4;+\infty[$.
   (c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
   (d) $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$.

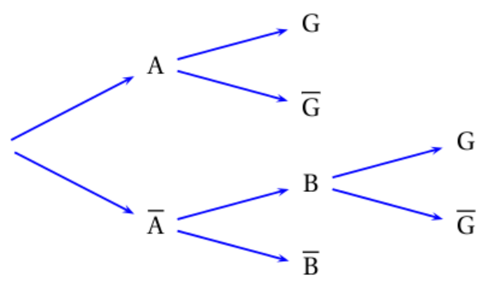
Exercice 2(4 points) Dériver les fonctions suivantes, définies sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 25}$
2. $g(x) = \dfrac{1}{(x^4 + 2x^2 + 3)^2}$

Exercice 3(8 points) Deux joueurs, Roger et Raphaël, disputent un match de tennis. Dans cet exercice, on s'intéresse aux points gagnés par Roger lorsqu'il sert, c'est à dire lorsqu'il effectue la mise en jeu. À chaque point disputé, Roger dispose de deux essais pour son service. S'il rate ces deux essais, il perd le point (c'est ce que l'on appelle la double faute). On note :
- A l'événement « Roger réussit son premier service » ;
- B l'événement « Roger réussit son second service » ;
- G l'événement « Roger gagne le point ».

On note $\overline{A}$, $\overline{B}$ et $\overline{G}$ les événements contraires respectifs de A, B et G.
Après une étude des matchs précédents de Roger, on a établi que :
- Il réussit dans 75% des cas son premier essai.
- Lorsque ce premier service est réussi, il gagne dans 92% des cas.
- S'il ne réussit pas son premier essai, il réussi le second dans 96% des cas.
- Lorsque le second service est réussi, il gagne le point dans 70% des cas.

On décrit la situation à l'aide de l'arbre suivant :



Les probabilités demandées seront données sous forme décimale arrondies si nécessaires au millième.

1. Reproduire l'arbre et le pondérer à l'aide des données du texte.
2. Quelle est la probabilité que Roger fasse une double faute ?
3. Quelle est la probabilité que Roger réussisse le premier service et gagne le point ?
4. Quelle est la probabilité que Roger rate son premier service, réussisse le second et gagne le point ?
5. Montrer que la probabilité que Roger gagne le point est de $0,858$.
6. Sachant que Roger a gagné le point joué, quelle est la probabilité qu'il ait réussi son premier service ?