Exercice 1 Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$f(x) = -x^2 - x + 4 + \ln(x+1).$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le repère orthogonal, donnée en annexe.
On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\;4]$.
3. Montrer que sur l'intervalle $[0\,;\,4]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α. Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
4. On définit la fonction F dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par :

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + (x+1)\ln(x+1).$$

   Montrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
5. Soit $\mathcal{A}$ l' aire, en unités d'aire, du domaine $\mathcal{D}$ délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.
   (a) Hachurer le domaine $\mathcal{D}$ sur la figure ci-dessous.
   (b) Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\mathcal{A}$.
   (c) Calculer la valeur exacte en unités d'aire de $\mathcal{A}$. Vérifier la cohérence de vos résultats.