

# Chapitre 1

## Suites

### A Généralités

**Activité** retrouver les définitions de suites (arithmétiques, géométriques, récurrence, explicite, raison,...)

**Voir** TB23 et exercice page 249

#### Définition

Une suite  $u$  est croissante si pour tout  $n$ ,  $u_{n+1} \geq u_n$

Une suite  $u$  est décroissante si pour tout  $n$ ,  $u_{n+1} \leq u_n$ .

**Exemple** suite arithmétique de raison positive ou négative.

#### Définition

On dit qu'une suite  $u$  converge si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  existe et est un nombre réel.

On dit qu'une suite diverge si elle ne converge pas (limite infinie ou pas de limite).

**Exemple** suites inverse, arithmétique ( $r \neq 0$ ) et cos.

**Théorème** Soit  $u$  une suite géométrique de raison  $q$  définie par  $u_n = q^n$ .

- Si  $q > 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$
- Si  $0 < q < 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$
- Si  $-1 < q < 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$
- Si  $q < -1$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n$  n'existe pas.

**Activité** 1p246 (utilisation de la calculatrice)

→ **Exercices** 18p250 (sauf ln et e), 20,22p250

### B Suites récurrente

#### 1 Ordre 1

**Définition** Une suite récurrente d'ordre 1 est une suite  $u$  définie par  $u_{n+1} = au_n + b$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels, et dont le premier terme  $u_0$  est donné.

On remarque que  $u_{n+1} = f(u_n)$  où  $f$  est la fonction affine définie par  $f(n) = an + b$ .

#### Proposition

- Si  $a > 0$ , la fonction  $f$  est croissante, et la suite  $u$  est **monotone**. De plus,

- Si  $u_0 < u_1$ , alors  $u$  est croissante.
- Si  $u_0 > u_1$ , alors  $u$  est décroissante.
- Si  $a < 0$ , la fonction  $f$  est décroissante, et la suite  $u$  n'est pas monotone.

**Théorème** Soit  $f$  une fonction continue sur un intervalle  $I$  et  $u$  une suite définie par  $u_{n+1} = f(u_n)$ , prenant tous ses termes dans l'intervalle  $I$ .

Si la suite  $u$  converge vers  $l$ , alors  $f(l) = l$ .

→ **Exercices** 44,46,48p253

## 2 linéaire d'ordre 2

**Définition** Une suite récurrente linéaire d'ordre 2 est une suite  $u$  définie par  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels, et dont les deux premiers termes  $u_0$  et  $u_1$  sont donnés.

**Exemple**  $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$ ,  $u_0 = 2$  et  $u_1 = 1$ .

→ **Exercices** 61,63,64p255

lire calcul par méthode matricielle page 244

## 3 Récurrence

page 244, exercices page 257

→ **Approfondissement**