

Devoir maison n°03
Donné le 05/10/2010 – à rendre le 12/10/2010

Exercice 1 Soit f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 3x^2 + \frac{5}{2}x + 5 \quad g(x) = 2x^2 + x + 15$$

1. Donner le tableau de variations de f et de g .
2. On note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives de f et g respectivement.
 - (a) Déterminer par calcul les points d'intersection des deux courbes.
 - (b) Donner alors les coordonnées de ces points d'intersection.
 - (c) Tracer \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sur un même graphique, sur l'intervalle $[-5; 3]$.
On prendra pour échelle en abscisse 2 cm pour une unité.
Le choix de l'échelle en ordonnée est laissé libre.

Exercice 2 Soit A et B deux points fixes du plan. À tout point M situé en dehors de (AB) on associe le point P , intersection de la droite perpendiculaire à (AM) passant par A et de la droite perpendiculaire à (BM) passant par B . On définit alors le point Q , milieu de $[MP]$.
Le but de l'exercice est de déterminer le lieu géométrique des points Q quand M parcourt le plan privé de la droite (AB) .

1. Soit M un point situé en dehors de (AB) . On considère les points P et Q construits à partir de ce point M .
 - (a) Soit \mathcal{C} le cercle de diamètre $[MP]$. Démontrer que $A \in \mathcal{C}$ et que $B \in \mathcal{C}$.
 - (b) En déduire que $QA = QB$.
 - (c) En déduire où se situe le point Q .
2. soit R un point situé sur le lieu déterminé à la question précédente.
 - (a) Démontrer qu'il existe bien un point M hors de la droite (AB) tel que le point Q qui lui est associé est confondu avec R .
 - (b) (question sortant du but de l'exercice) Existe-t-il un seul tel point M ?
3. Conclure.

Exercice 3 Un énoncé mathématique peut être une égalité $((a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$ ou une affirmation ($ABCD$ est un carré). Selon le contexte (donné par exemple dans un énoncé d'exercice), un énoncé mathématique est soit vrai soit faux :

- selon le problème, le quadrilatère $ABCD$ peut être un carré si on l'a dit ou démontré, ou ne pas en être un ;
- « pour tout nombre a , $-a$ est un nombre négatif » est un énoncé faux si on considère que a est un nombre réel mais vrai si a est un nombre entier.

Un énoncé mathématique peut aussi être vrai quel que soit le contexte. C'est le cas d'un théorème. Soit P et Q deux énoncés mathématiques. On suppose que l'énoncé mathématique suivant, construit à partir de P et Q , est vrai :

$$\text{si } P \text{ (est vrai) alors } Q \text{ (est vrai)}$$

Que penser de P si jamais il se trouve que Q est faux ? Pourquoi ?