

Devoir maison n°04
Donné le 12/10/2010 – à rendre le 19/10/2010

Exercice 1 En observant le drapeau ci-dessous, un acharné des nombres se demande quelle largeur peut avoir la croix pour que son aire reste inférieure ou égale à l'aire restante du drapeau.

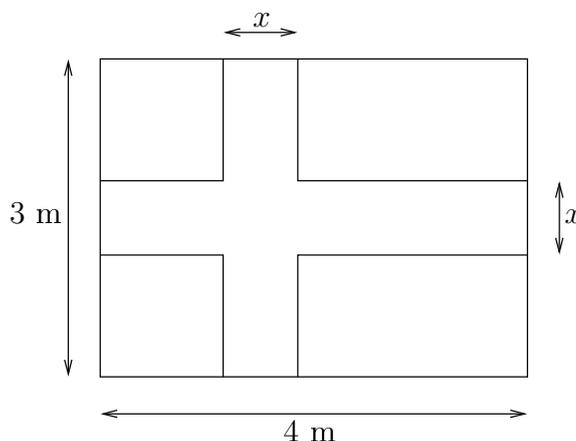
La largeur est au minimum égale à 0,5 m.

1. On désigne par x la largeur de la croix.

Montrer que x est solution de l'inéquation :

$$x^2 - 7x + 6 \geq 0$$

2. Vérifier que $(x - 6)(x - 1) = x^2 - 7x + 6$
3. Trouver alors les solutions mathématiques de cette inéquation et en déduire les solutions du problème posé.



Exercice 2

1. Démontrer que si l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ a deux racines distinctes, la somme S et le produit P de ces racines sont donnés par

$$S = -\frac{b}{a} \quad P = \frac{c}{a}$$

2. Est-ce que c'est encore vrai pour une racine double ?
3. On considère l'équation $2x^2 + 14x - 17 = 0$.
 - (a) Sans calculer le discriminant, justifier que l'équation a deux racines. Il y a deux manières possibles de le faire, dont une que l'on ne peut pas encore correctement justifier en première. Les deux seront acceptées.
 - (b) Sans calculer les racines, donner leur somme et leur produit.
 - (c) En déduire que les deux racines sont de signe contraire.

Exercice 3 On considère un quadrilatère $ABDE$.

Déterminer puis représenter l'ensemble Δ des points M tels que :

$$\left\| 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \right\| = \left\| 4\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} \right\|$$

Pour cela, on pourra introduire les barycentres de systèmes bien choisis.