

Devoir maison n°05

Donné le 09/11/2010 – à rendre le 16/11/2010

Exercice 1 On considère trois points ABC reliés par du fil de fer d'épaisseur négligeable. On obtient alors un triangle (dont l'intérieur est vide) dont les côtés ont un poids. Le but est de déterminer la position du centre de gravité S du système.

Soit I , J et K les milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

On note aussi $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$.

Chaque tige ayant une masse proportionnelle à sa longueur, on admet que

$$S = \text{Bar}\{(I, a); (J, b); (K, c)\}$$

Quitte à changer l'unité de longueur, on peut supposer que $a + b + c = 1$.

1. Justifier autrement que l'on peut supposer que $a + b + c = 1$.
2. Démontrer que $\overrightarrow{IS} = b\overrightarrow{IJ} + c\overrightarrow{IK}$
3. Démontrer que $\|b\overrightarrow{IJ}\| = \|c\overrightarrow{IK}\|$.
4. En déduire que S est sur la bissectrice issues de I dans le triangle IJK .
(on pourra le justifier en considérant un losange à préciser dont $[IS]$ est une diagonale)
5. Démontrer que S est le centre du cercle $\mathcal{C}$ inscrit dans le triangle IJK .
À savoir : les bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit au triangle.
6. Faire la figure avec les points nommés dans l'énoncé.

Exercice 2 Les trois questions suivantes, similaires, sont indépendantes.

1. En posant $X = x^2$, résoudre l'équation : $x^4 - x^2 - 6 = 0$.
2. En posant $X = \sqrt{x}$, résoudre l'équation : $4x + 5\sqrt{x} - 9 = 0$.
3. Choisir un changement de variable adapté pour résoudre l'équation suivante sans développer :
 $-2(x - 1)^2 + 3(x - 1) + 5 = 0$.