Devoir maison n°08
Donné le 07/12/2010 – à rendre le 14/12/2010

Exercice 1 On considère une série statistique avec ces données caractéristiques :

$$\text{min}=3\,;\ Q_1=6\,;\ Me=10,5\,;\ Q_3=14\,;\ \text{max}=19$$

1. Tracer le diagramme en boîte correspondant.
2. Les valeurs étudiées sont des notes. Le professeur trouve que la médiane est acceptable, mais que les notes sont trop dispersées. Il préfèrerait un écart interquartile de 4.
   Comment peut-il, en appliquant une transformation affine, conserver cette médiane tout en réduisant l'écart comme il le souhaite ? Expliquer.
3. Tracer alors le diagramme en boîte de la série transformée sous le précédent (donc avec la même échelle).
4. Quelles observations fait-on en comparant les deux diagrammes ?

Exercice 2 Les réponses aux questions de cet exercice devront bien sûr être justifiées.
Une preuve (générale) pourra justifier que quelque chose est vrai,
Un contre-exemple justifie que quelque chose est faux.
A. Voici deux propositions où a et b désignent des nombres réels :

$$\mathcal{P}_c : (a+b)^2 = 0 \qquad \mathcal{P}_z : a = 0 \text{ et } b = 0$$

Si a et b sont des nombres réels tels que $\mathcal{P}_z$ est vraie, alors $\mathcal{P}_c$ est vraie (car $(0+0)^2 = 0$).
Ainsi pour a et b réels, la proposition $\mathcal{P}_z$ implique la proposition $\mathcal{P}_c$, ce que l'on note $\mathcal{P}_z \Rightarrow \mathcal{P}_c$.
Est-il vrai que pour a et b réels, $\mathcal{P}_c \Rightarrow \mathcal{P}_z$?
B. Voici quelques propositions où a et b désignent des nombres réels :

$$\begin{array}{lll} \mathcal{P}_1 : a^2 = b^2 & \mathcal{P}_2 : a = b & \mathcal{P}_3 : a = -b \\ \mathcal{P}_4 : (a+b)(a-b) = 0 & \mathcal{P}_5 : a = b \text{ ou } a = -b & \mathcal{P}_6 : a = 0 \text{ ou } b = 0 \end{array}$$

1. Quelles sont les propositions $\mathcal{P}_n$ telles que $\mathcal{P}_1 \Rightarrow \mathcal{P}_n$ est vraie ?
   Ne pas oublier de justifier aussi que pour les autres l'implication est fausse.
2. Quelles sont les propositions $\mathcal{P}_n$ telles que $\mathcal{P}_n \Rightarrow \mathcal{P}_1$ est vraie ? (Même chose pour les autres)
3. Quelles sont les propositions équivalentes à $\mathcal{P}_1$?
   ($\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ sont équivalentes si $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ et $\mathcal{Q} \Rightarrow \mathcal{P}$. On le note bien sûr $\mathcal{Q} \Leftrightarrow \mathcal{P}$)
4. Application : résoudre l'équation $(2x-3)^2 = (3x+9)^2$ sans développer les carrés.
5. Vérification : résoudre l'équation précédente par une autre méthode.