

Devoir surveillé n°1 – mathématiques  
05/10/2010

**Exercice 1(7 points)** Soit  $ABCD$  un carré de côté 2 cm et de centre  $I$ . Pour tout point  $M$  du plan, on considère le vecteur :

$$\vec{v}_M = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$$

1. exprimer  $\vec{v}_M$  seulement en fonction de  $\vec{MI}$ .
2. Soit  $K$  le point tel que  $\vec{v}_K = 2\vec{AB}$ .
  - (a) Démontrer que  $\vec{KI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ .
  - (b) Exprimer alors  $\vec{KC}$  en fonction de  $\vec{AC}$ .
  - (c) En déduire la position du point  $K$  sur la figure.
3. Déterminer et construire l'ensemble des points  $M$  tels que

$$\|\vec{v}_M\| = 2AB$$

**Exercice 2(8 points)** On considère la fonction polynomiale  $P$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

1. Vérifier qu'il existe des réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ .  
Donner leurs valeurs.
2. Factoriser l'expression  $ax^2 + bx + c$  obtenue.
3. Résoudre l'équation  $P(x) = 0$ .
4. Donner le signe de  $P(x)$  en fonction de  $x$ .

**Exercice 3(5 points)** Soit  $f$  la fonction définie par

$$f(x) = \frac{4x^2 + 22x - 30}{x^2 + 5x - 14}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Résoudre l'équation  $f(x) = 3$ .