

Devoir surveillé n°4 – mathématiques
18/01/2011
Les calculatrices ne sont pas autorisées

Exercice 1(5 points) On considère la fonction f définie sur $R \setminus \{0\}$ par $f(x) = x^3$.

1. Déterminer, en utilisant la définition de nombre dérivé en un point, le nombre $f'(2)$.
2. Justifier alors que pour h proche de 0, $(2 + h)^3 \simeq 12h + 8$.
3. En déduire une approximation de $2,01^3$.

Exercice 2(10 points) Soit f et g deux fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = \sqrt{x}$$

1. (a) Tracer ces deux courbes dans un repère orthonormal sur l'intervalle $[0; 3]$.
(b) Soit A le point d'intersection des deux courbes.
Tracer la tangente D_1 à la courbe de f au point A .
Tracer la tangente D_2 à la courbe de g au point A .
(c) Déterminer grâce au graphique l'équation de chacune des droites D_1 et D_2 .
2. Soit $a > 0$, on rappelle que f et g sont dérivables en a et que

$$f'(a) = 2a \text{ et } g'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

- (a) Donner, en fonction de a :
 - l'équation de la tangente à la courbe de f au point M d'abscisse a .
 - l'équation de la tangente à la courbe de g au point N d'ordonnée a .
- (b) Démontrer que ces deux tangentes sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$. Toute trace de recherche permettant la résolution de cette question sera comptée.

Exercice 3(5 points)

1. Le point A a pour coordonnées polaires $\left(3; \frac{5\pi}{6}\right)$. Déterminer ses coordonnées cartésiennes.
2. Le point B a pour coordonnées cartésiennes $(1; -\sqrt{3})$. Déterminer ses coordonnées polaires.
3. Placer précisément les points A et B sur un repère en conservant les traits de construction.