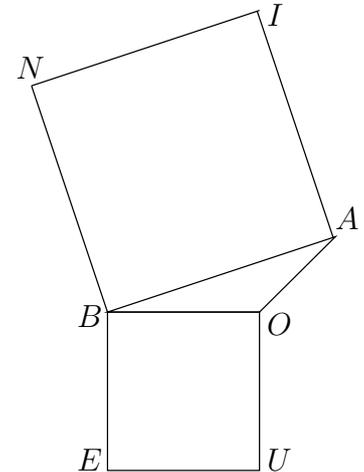


Devoir surveillé n°5 – mathématiques
08/02/2011

Exercice 1(5 points) On considère la figure ci-contre, où BOA est un triangle quelconque, et $BAIN$ et $BEUO$ sont des carrés. Toutes les étapes de calcul devront soigneusement être justifiées ou détaillées.



1. Justifier que $\widehat{EBN} = \pi - \widehat{OBA}$.
2. Démontrer alors que $\vec{BE} \cdot \vec{BN} + \vec{BO} \cdot \vec{BA} = 0$.
3. En déduire que (AE) et (ON) sont perpendiculaires.

Exercice 2(15 points) On considère la fonction f définie par :

$$f : x \mapsto \frac{3x^2 - 4x + 4}{3x - 1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f .
On appelle \mathcal{C}_f la courbe représentative de f sur \mathcal{D}_f .
2. Déterminer les nombres entiers relatifs a, b et c tels que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{3x - 1}$$
3. Calculer la dérivée de f sur \mathcal{D}_f .
4. Déterminer les variations de f sur \mathcal{D}_f et les présenter dans un tableau.
5. Vérifier que l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse $\frac{2}{3}$ est donnée par $y = -8x + 8$.
6. Déterminer le signe de $f(x) - (x - 1)$ sur \mathcal{D}_f .
7. En déduire la position relative de la courbe représentative de f par rapport à la droite d'équation $y = x - 1$ selon les valeurs de x .
8. On considère un repère orthogonal avec pour échelle 3 cm pour une unité en abscisse et 1,5 cm pour une unité en ordonnée. On considérera le repère suffisamment centré pour contenir les abscisses -3 et 3 et les ordonnées -6 et 6 . Tracer alors :
 - en couleur les trois droites d'équation $y = x - 1$; $y = -8x + 8$ et $x = \frac{1}{3}$.
 - la courbe \mathcal{C}_f sur $[-3; 3]$ après avoir placé les tangentes horizontales.