

Devoir surveillé n°6 – mathématiques
05/04/2011

Exercice 1(5 points) Une balle en caoutchouc perdant à chaque rebond de l'énergie cinétique rebondit aux deux tiers de la hauteur d'où elle est tombée.

On lâche cette balle d'une hauteur de 2 mètres et on note U_n la hauteur exprimée en mètres après le rebond n . On pose donc $U_0 = 2$.

1. Calculer U_1 et U_2 .
2. Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .
3. En admettant que les termes de la suite U sont positifs, démontrer en utilisant la définition que la suite U est bien décroissante.
4. La suite est-elle bornée ?

Exercice 2(6 points) On considère la suite u définie pour tout $n \geq 3$ par :

$$u_n = \frac{n-1}{n-2}$$

1. Calculer les deux premiers termes de la suite u .
2. Étudier le sens de variation de la suite u .
3. La suite est-elle bornée ?

Exercice 3(6 points)

1. Soit f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 2}{2x^2}$.
 - (a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
 - (b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Soit g définie sur $] -\infty; 2[$ par : $g(x) = \frac{1}{x^3} + \frac{3}{4-2x}$.
 - (a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 - (b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$.

Exercice 4(3 points) On considère, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, les deux points $A(-1; 3)$ et $B(4; -2)$. Déterminer les coordonnées du point C de l'axe des abscisses tel que $(AB) \perp (AC)$.