

Devoir surveillé n°7 – mathématiques
17/05/2011

Exercice 1(6 points) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 1}{x - 2}$.
On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f .

1. Déterminer les entiers relatifs a , b et c tels que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$$

2. Démontrer que $\mathcal{C}_f$ a une asymptote verticale d'équation $x = 2$.
3. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = ax + b$ est asymptote à $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$ et $-\infty$.

Exercice 2(9 points) On dispose d'un sac avec les quatre lettres A,E,M et R.

1. On tire une première lettre au hasard, puis on la remet dans le sac. On refait la même opération pour obtenir une seconde lettre.
On obtient alors des couples (ordonnés) de résultats comme par exemple (A,M); (M,M) ou (R,E).
 - (a) Déterminer le nombre de couples possibles.
 - (b) Quelle est la probabilité d'obtenir le couple (M,R) ?
 - (c) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une voyelle ?
2. On tire les quatre lettres successivement (sans remise) au hasard et on les dépose dans l'ordre du tirage. On peut par exemple obtenir les mots "AMRE" ou "EAMR".
Quelle est la probabilité d'obtenir le mot "RAME" ?
On pourra justifier la réponse à l'aide d'un arbre.
3. **Question bonus.** On remplace la lettre M par une seconde lettre R et on fait une expérience comme celle de la précédente question. Quelle est alors la probabilité d'obtenir le mot "ERRA" ?

Exercice 3(5 points) Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Soit u la suite définie pour $n \geq 0$ par :

$$u_{n+1} = \sqrt{5 + u_n^2} \quad \text{et} \quad u_0 = 0$$

Soit v la suite définie pour tout $n \geq 0$ par : $v_n = u_n^2$.

- (a) Démontrer que v est une suite arithmétique.
 - (b) Donner une expression explicite de v_n .
 - (c) Donner alors une expression explicite de u_n .
2. **Question bonus.** Déterminer toutes les suites géométriques w telles que $w_2 = 12$ et $w_4 = 48$.