Chapitre 1

Géométrie vectorielle plane

Activité QCM : A. page 201

A Rappels

1 Définitions

Définition Lorsque A et B sont deux points du plan distincts,
- La **direction** de $\overrightarrow{AB}$ est celle de la droite (AB) ;
- Le **sens** de $\overrightarrow{AB}$ est le sens de A vers B ;
- La **norme** (ou longueur) de $\overrightarrow{AB}$ est la longueur du segment $[AB]$. On note $\|\overrightarrow{AB}\|$.

Lorsque $A = B$, le vecteur $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA}$ est le vecteur nul, noté $\overrightarrow{0}$.
On utilise souvent une simple lettre minuscule pour désigner un vecteur, comme $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{w}$...
Pour tout point O du plan et pour tout vecteur $\overrightarrow{u}$, il existe un unique point A tel que $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{u}$.

▲ un vecteur ne dépend pas d'une origine. On peut le représenter physiquement à plusieurs endroits (en utilisant des points du plan), mais c'est **le même** quel que soit le point origine choisi.

Proposition Soit $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ deux vecteurs du plan. On a alors :
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ si et seulement si $ABCD$ est un parallélogramme.
Dans le cas où les quatres points sont alignés, il s'agit d'un parallélogramme applati.

→ **Exercices** 1,2p211 (constructions)

2 Calcul vectoriel

Les règles de calcul sont analogues à celles des vecteurs du plan.
On conserve donc :

Proposition (Relation de Chasles) Soit A, B et C trois points du plan. Alors

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Dessin

Rappel L'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$, noté $-\overrightarrow{AB}$ est $\overrightarrow{BA}$. On a $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$.

Proposition (Règle du parallélogramme) Soit A, B et C trois points du plan. Alors :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$

où D est le point tel que $ABDC$ est un parallélogramme.

Dessin

Proposition Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs et soit a et b des réels. On a :

$$a(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = a\overrightarrow{u} + a\overrightarrow{v} \qquad (a+b)\overrightarrow{u} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{u} \qquad a(b\overrightarrow{u}) = (ab)\overrightarrow{u} \qquad a\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$$

→ **Exercices** 8,9,10p211 (simplification par Chasles)

3 Colinéarité

Définition Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ qui ont la même direction sont dits **colinéaires**.
Dire que deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires revient à dire qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$
Le vecteur nul $\overrightarrow{0}$ est considéré colinéaire à tout autre vecteur ($k = 0$).

Dessin

Remarque Pour prouver que trois points A, B et C sont alignés, il suffit de chercher à démontrer par exemple que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
→ **Exercices** 14p211, 15p212
→ **Exercices** 17,18,20p212 (preuves utilisant Chasles)

4 Orthogonalité

Définition Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ayant des directions orthogonales sont dits **orthogonaux**.
On le note $\overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{v}$.
Le vecteur nul $\overrightarrow{0}$ est considéré orthogonal à tout autre vecteur.

Nous reviendrons sur l'orthogonalité plus tard.

5 Lieux géométriques

Activité 3p202 (pour visualiser ce que peut être un lieu géométrique)

Définition On appelle **lieu géométrique** pour une propriété $\mathcal{P}$ l'ensemble des points du plan vérifiant cette propriété

Dans l'activité, la propriété est fastidieuse à donner rigoureusement. Il s'agit de $MP = MO$ où M est un point qui dépend de T, qui parcourt un arc de cercle.
On peut demander l'ensemble des points M qui vérifient $AM = BM$ où A et B sont deux points fixés. Le lieu géométrique des points M vérifiant cette égalité est la médiatrice du segment $[AB]$.

Dessin

L'ensemble des points M tels que $AM = r$ est le cercle de centre A et de rayon r.
L'ensemble des points M tels que $\widehat{AMB} = 90°$ est le cercle de diamètre $[AB]$ (privé des points A et B).
Voir page 208.
→ **Exercices** 22,23,24,27,28p212
→ **Approfondissement** (DM) 72p216 (droite d'Euler)