

Devoir maison n°10

Donné le 23/03/2011 – à rendre le 30/03/2011

Exercice 1 Une entreprise produit un objet en grande quantité. Le coût de production total, pour une production inférieure à 10 000 unités, comporte un coût fixe de 3 000€ et un coût variable de 15€ par unité.

1. On note $C(x)$ le coût total de production pour x unités produites. Donner l'expression de $C(x)$ en expliquant.
2. Lorsque l'on fabrique x unités, le coût moyen de production de chaque unité est définie par

$$f(x) = \frac{C(x)}{x}$$

où $x \in]0; 10\,000]$.

Vérifier que $f(x) = 15 + \frac{3\,000}{x}$.

3. Représenter graphiquement la fonction f sur $]0; 10\,000]$.
4. Une unité produite est vendue 25€. Déterminer graphiquement une estimation de la quantité à partir de laquelle la production est rentable pour l'entreprise.
Par le calcul, trouver la quantité exacte.

Exercice 2 La fréquence de vibration f (en hertz) d'une corde tendue dépend de sa longueur (en mètres) et de sa tension T (en newtons).

Pour une corde de violon (de longueur utile 33 cm), la fréquence émise est donnée par la formule :

$$f = 50\sqrt{T}$$

On considère donc la fonction $f : T \mapsto 50\sqrt{T}$ définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

1. Faire une représentation de la fonction f sur $[0; 100]$.
2. Conjecturer le sens de variation de cette fonction sur $[0; +\infty[$.
3. Pour démontrer la conjecture précédente, on considère u et v deux réels positifs tels que $u \leq v$.
Vérifier que :

$$\sqrt{u} - \sqrt{v} = \frac{u - v}{\sqrt{u} + \sqrt{v}}$$

puis démontrer la conjecture émise à la question précédente.

4. Déterminer la tension de cette corde pour laquelle donne le **la**₃ de fréquence 435 Hz, graphiquement puis par calcul.