

Équations de droites

1 Vecteur directeur

Définition 1 Un vecteur directeur d'une droite $\mathcal{D}$ est un vecteur $\vec{u}$ non nul dont la direction est celle de $\mathcal{D}$.

Remarque

- Soit A et B deux points de la droite $\mathcal{D}$. Alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}$.
- Une droite $\mathcal{D}$ est totalement définie par un point A et un vecteur directeur $\vec{u}$. Pour la tracer, il suffit de placer le point A , puis le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

2 Équations de droites

On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Théorème 1

- Toute droite $\mathcal{D}$ **non parallèle** à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$ où a et b sont deux nombres fixés.
- Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $x = c$, où c est un nombre fixé.

Note : Dire qu'une droite a pour équation $y = ax + b$ signifie que les points $M(x; y)$ qui sont sur cette droite ont leurs coordonnées qui vérifient l'équation, et réciproquement.

Preuve :

- Une droite non parallèle à l'axe des ordonnées est la représentation graphique d'une fonction affine.
- Une droite parallèle à l'axe des ordonnées, dite « verticale », ne représente aucune fonction, mais tous ses points ont la même abscisse x , l'ordonnée y étant quelconque.

□

Exercice : 14p192

Propriété 1 Soit A et B deux points distincts du plan, ayant des abscisses distinctes. On sait alors que la droite AB a une équation de la forme $y = ax + b$. On a :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Preuve : Comme A et B appartiennent à la droite d'équation $y = ax + b$, on a

$$y_B =$$

$$y_A =$$

En faisant la soustraction des deux égalités, on obtient :

Puis :

□

Pour trouver ensuite b , il suffit de remplacer les coordonnées d'un point de la droite dans l'équation, pour obtenir une équation dont la seule inconnue est b .

Exercice : 15p192

Théorème 2 Le vecteur $\vec{u}(1; a)$ est un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = ax + b$. Il en est de même de tout vecteur colinéaire à $\vec{u}$, donc de coordonnées $(k; ak)$, où $k \neq 0$.

Preuve : On prend $A(0; b)$ et $B(1; a + b)$. Ces deux points sont sur $\mathcal{D}$ car :

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$. Or $\overrightarrow{AB}($

□

Théorème 3 Les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ sont parallèles si et seulement si $a = a'$.

Preuve : Les deux droites sont parallèles si et seulement si leurs vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}(1; a)$ et $\vec{u}'(1; a')$ sont
ce qui revient en effet à l'égalité $a = a'$ car :

□

Exercices : 18,19,17p193

Exercices : 25,24p193