

Chapitre 1

Trigonométrie

Activité Rappel du périmètre du cercle de centre O et de rayon 1, appelé cercle trigonométrique.

Activité page 248

A Cercle trigonométrique

On se place dans un repère orthonormé $(O; A; B)$.

Définition Le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1. On oriente le déplacement le long de ce cercle de la manière suivante :

- Le sens positif ou **direct** correspond au sens inverse des aiguilles d’une montre.
- Le sens négatif ou **indirect** correspond au sens des aiguilles d’une montre.

Dessin

Définition Soit M un point du cercle trigonométrique. On peut associer à M le nombre x correspondant à la longueur de l’arc $\widehat{AM}$, ou, en considérant que l’on peut faire un nombre quelconque de tours (directs ou indirects) de longueur 2π sur le cercle pour retrouver le point M , tout nombre de la forme $x' = x + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

Cette correspondance peut se faire dans l’autre sens : on associe à tout nombre réel x un point M du cercle trigonométrique tel que se déplacer sur le cercle trigonométrique d’une longueur l à partir de A permet d’arriver au point M .

Dessin

Proposition On a la relation suivante entre le nombre x (dans le cas où il est positif) et l’angle en degrés de l’angle $\widehat{AOM}$:

$$\widehat{AOM} = \frac{180x}{\pi}$$

→ **Exercices** 1p252 (après lecture de l'exercice résolu)

→ **Exercices** 10,12p255

B Cosinus et sinus d'un nombre réel

Jusqu'à présent on ne connaît que le cosinus et le sinus d'un angle en degrés compris entre 0° et 90° . On va définir le cosinus et le sinus de n'importe quel nombre.

Soit donc x un réel et M le point du cercle trigonométrique qui lui est associé.

Définition On note $\cos(x)$ l'abscisse de M et $\sin(x)$ l'ordonnée de M .

Dessin

Remarque pour faire le lien avec les angles aigus, considérons un angle aigu α quelconque. Soit M le point du cercle tel que $\widehat{AOM} = \alpha$. À ce point correspond un réel x d'après la section précédente. Notons H le point de (OA) ayant pour abscisse celle du point M .

Dessin

On sait alors que $\cos(\alpha) = \frac{OH}{OM} = OH$ (car $OM = 1$ est le rayon du cercle trigonométrique). Autrement dit $\cos(\alpha)$ est l'abscisse de M . C'est la définition que nous avons donnée à $\cos(x)$.

Remarque x n'est pas égal à α . L'angle α a une unité (le degré), le nombre x est un réel qui lui correspond, avec la formule donnée à la section précédente.

Proposition Valeurs de cosinus et sinus à connaître :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

On peut donc comprendre que $\cos(60^\circ) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

→ **Exercices** 4,5p253

→ **Exercices** 18p255 (signe), 19,20 p255

Proposition Soit x un nombre réel. On a les propriétés suivantes :

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \quad -1 \leq \cos(x) \leq 1 \quad -1 \leq \sin(x) \leq 1$$

→ **Exercices** 22,25,31,32p256

→ **Exercices** 27,28p256