LYCÉE ALFRED KASTLER **TES**
2011–2012

Devoir maison n°10 – mathématiques
Donné le 19/03/2012 – à rendre le 26/03/2012

Exercice 1 Nous avons vu un exercice dans lequel la fonction $C : x \longmapsto 2x + \dfrac{50}{x+1}$ avait pour primitive, sur $]-1;+\infty[$, la fonction

$$CT : x \longmapsto x^2 + 50\ln(x+1) + 50$$

Et que l'on pouvait donc considérer que C était la fonction de coût marginal associée à la fonction de coût total CT, les coût fixes étant de $CT(0) = 50$.
Étant donné l'intérêt porté en cours à ces fonctions de coût, voici quelques questions :

1. Après avoir donné un tableau de valeurs, tracer la courbe représentative de la fonction CT sur l'intervalle $[0;20]$ (Regarder le graphique sur calculatrice ou sur ordinateur pour s'aider).
2. Rappeler ce qu'est l'équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable f en un point d'abscisse a.
3. Déterminer alors l'équation de la tangente à la courbe de CT au point d'abscisse 10 et la tracer sur la figure (on donnera des valeurs approchées aux constantes de l'équation).
4. (a) Donner une valeur approchée de $CT(11) - CT(10)$ à 10^{-1} près.
   (b) Donner une valeur approchée de $C(10)$ à 10^{-1} près.
   (c) On observe que les deux nombres précédents sont proches (surtout en les considérant par rapport au coût total pour la valeur $x = 10$). On peut donc estimer que $C(10)$ est une assez bonne approximation de $CT(11) - CT(10)$. Mais quelle est l'interprétation de ce nombre $CT(11) - CT(10)$ en termes de coût et de production ?
   (d) En déduire à quoi peut servir le coût marginal.
5. $\star$ L'observation précédente n'est pas particulière :
   À partir d'une observation sur calculatrice ou sur ordinateur, indiquer un encadrement des valeurs prises par la fonction $x \mapsto (CT(x+1) - CT(x)) - C(x)$ sur l'intervalle $[2;20]$.
6. $\star$ Comment peut-on expliquer (graphiquement) les résultats observés ? S'aider de la figure.
   (Penser à l'interprétation graphique d'un nombre dérivé, et à ce qu'est une tangente)

Exercice 2 Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$:

1. $f : x \mapsto 4x^2 + 2x - 8$
2. $g : x \mapsto \dfrac{5x}{x^2+1}$
3. $h : x \mapsto (3x-6)(x^2-4x+2)^4$