Exercice 1

Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la dette en milliards d'euros de l'État français entre 1990 et 2004 :

Année	1990	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dette y_i en milliards d'euros	271,7	321,4	443	540,1	613,1	683,5	773,4	872,6

Source : INSEE

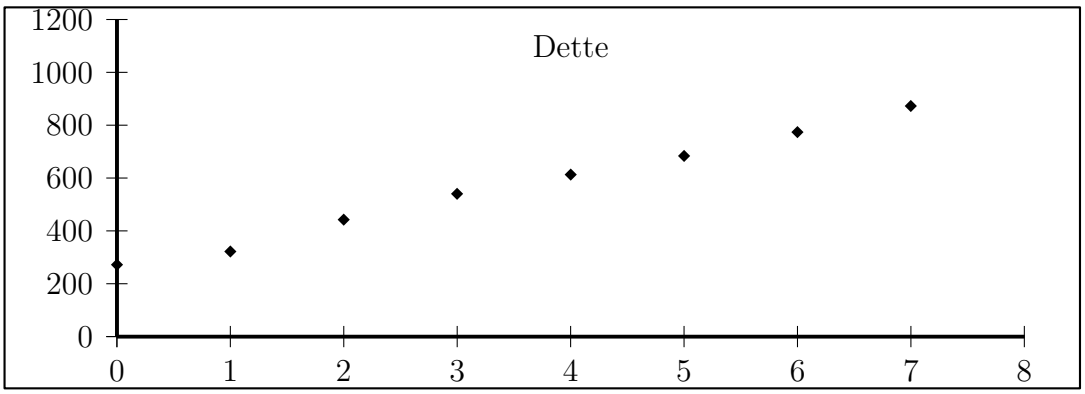
Dans tout l'exercice, on donnera des valeurs approchées arrondies au dixième.

Partie A : Étude statistique

1. Calculer la dette moyenne de l'État entre 1990 et 2004.
2. En prenant l'année 1990 comme référence (indice 100), calculer les indices correspondant à la dette de l'État de 1992 à 2004. Donner la réponse sous forme d'un tableau.
3. Déterminer le taux global d'évolution de la dette de l'État entre 1990 et 2004.
4. Déterminer le taux moyen d'évolution de la dette de l'État sur une période de deux ans.

Partie B : Interpolation et extrapolation de données

On donne ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$.



La forme du nuage permet d'envisager un ajustement affine.

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Selon cet ajustement, à partir de quelle année peut-on estimer que l'État aurait dépassé les 1 000 milliards de dette ?
3. Selon cet ajustement, déterminer l'année à partir de laquelle la dette de l'État sera le double de la dette de l'an 2000.

Exercice 2

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule des quatre propositions a, b, c ou d est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

1. Une ville en pleine expansion a vu sa population augmenter de 20 % pendant quatre années consécutives, puis de 7 % durant chacune des cinq années suivantes, et enfin de 6 % la dixième et dernière année. Le taux d'augmentation annuel moyen (arrondi au dixième) durant la décennie qui vient de s'écouler s'élève à :

   (a) 33,0 %
   (b) 12,1 %
   (c) 11,9 %
   (d) 11,0 %

2. La population de la ville voisine a diminué de 5 % en 2008. Quel pourcen.tage d'augment ation (arrondi au dixième) devrait-elle connaître en 2009 pour que le nombre d'habitants le 1er janvier 2010 soit égal au nombre d'habitants à la date du 1er janvier 2008 ?

   (a) 10,0 %
   (b) 5,3 %
   (c) 5,0 %
   (d) 4,7 %

3. Le double du logarithme d'un nombre est égal au logarithme de la moitié de ce nombre. Quel est ce nombre ?

   (a) -1
   (b) 0
   (c) 0,5
   (d) 2

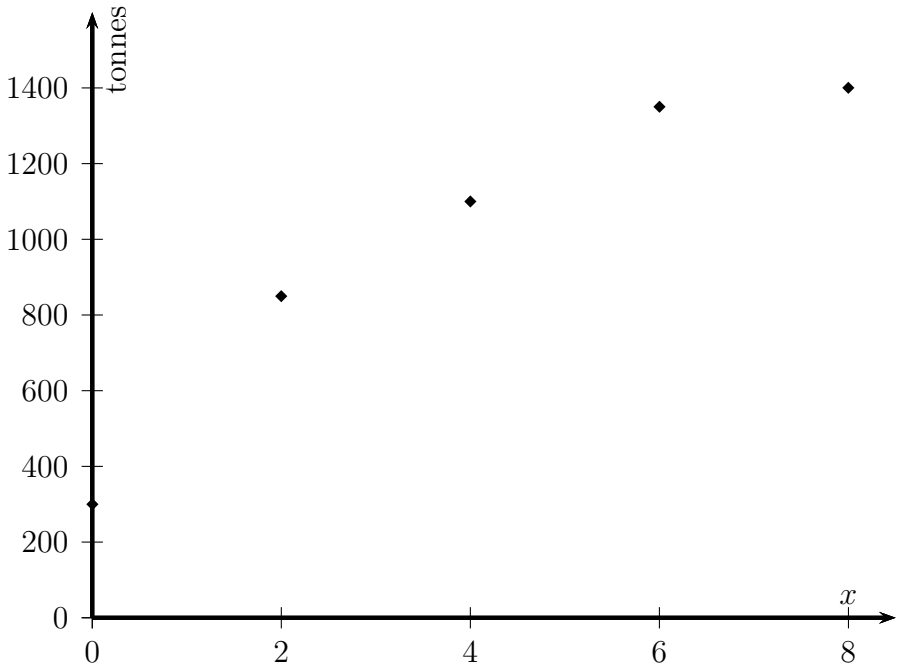
4. Une telle fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[5\ ;\ +\infty[$. Sa courbe représentative C dans un repère du plan admet une tangente $\mathcal{T}$ au point d'abscisse 6. Laquelle des équations suivantes est celle de la tangente $\mathcal{T}$.

   (a) $y = -3x + 3$
   (b) $y = x$
   (c) $y = 6x - 36$
   (d) $x = 6$

Exercice 3 Depuis 1997, une collectivité territoriale s'intéresse à la quantité annuelle de déchets recyclés, en particulier l'aluminium.
En 2008, cette collectivité dispose des données suivantes :

Année	1997	1999	2001	2003	2005
Rang de l'année x_i	0	2	4	6	8
Aluminium recyclé (en tonnes) y_i	300	850	1 100	1 350	1 400

1. On a représenté ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal du plan.



   (a) À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.

   (b) À l'aide de cet ajustement, estimer la quantité d'aluminium qui sera recyclée en 2008.

2. Un responsable affirme que l'augmentation annuelle moyenne entre 2003 et 2005 a été d'environ 1,8 %.

   (a) Justifier ce taux de 1,8 %.

   (b) En utilisant ce taux, estimer, à une tonne près, la quantité d'aluminium qui sera recyclée en 2008.

   (c) Avec cette méthode, en quelle année peut-on estimer que plus de 1 600 tonnes d'aluminium seront recyclées ?

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En janvier 2008 sont publiés les résultats de l'année 2007. La quantité d'aluminium recyclé en 2007 est de 1 500 tonnes. Lorsque ce résultat paraît, une réunion des responsables de la collectivité est organisée pour ajuster les prévisions. Lequel des deux modèles précédents semble-t-il le plus adapté ?

Exercice 4

Le tableau ci-dessous donne en euros le montant des remboursements annuels y_i effectués de 2003 à 2007 par un ménage, à la suite de divers emprunts :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5
y_i	6 096	7 602	9 170	11 155	15 385

1. Construire le nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ y_i)$, avec i compris entre 1 et 5, associe à cette série statistique. On prendra comme unité graphique 2 cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 1 000 euros en ordonnée.

   On commencera les graduations au point de coordonnées (0 ; 6 000).

2. On pose, pour i variant de 1 à 5, $z_i = \ln y_i$.
   (a) Calculer z_i en arrondissant les valeurs à 10^{-3} près.
   (b) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients obtenus à l'aide de la calculatrice seront arrondis au centième.
   (c) En déduire que l'on peut écrire une relation entre y et x sous la forme : $y = \mathrm{A}\mathrm{e}^{\mathrm{B}x}$ avec $\mathrm{A} \approx 4\,817$ et $\mathrm{B} \approx 0,22$.
   (d) En supposant, que cet ajustement reste valable en 2008, estimer le montant des remboursements annuels de ce ménage en 2008, arrondi à l'euro.

3. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

   Ce ménage disposait de 50 000 euros de revenu annuel en 2006. On estime que son revenu annuel augmente de 2 % par an.

   La banque alerte ses clients lorsque le montant des remboursements des emprunts dépasse le tiers du montant des revenus.

   En quelle année la banque alertera-t-elle ce ménage ? Justifier.