LYCÉE ALFRED KASTLER **TS-spé**
2011–2012

Devoir maison n°02 – mathématiques
Donné le 08/12/2011 – à rendre le 15/12/2011

<u>Définition</u> On rappelle qu'une similitude (plane directe) est définie comme la composée, dans un ordre quelconque, d'un déplacement et d'une homothétie de rapport non nul.

Exercice 1 Le but de cet exercice est de démontrer la propriété suivante :

La transformation réciproque d'une similitude de rapport k est une similitude de rapport $\frac{1}{k}$

1. Démontrer que la transformation réciproque d^{-1} d'un déplacement d est un déplacement. On fera une disjonction de cas selon la nature du déplacement et on précisera les caractéristiques de la réciproque d^{-1} selon les différents cas possibles pour d.
2. Rappeler ce qu'est la transformation réciproque h^{-1} d'une homothétie h de rapport l non nul.
3. Démontrer que le rapport d'une similitude est la valeur absolue du rapport de l'homothétie dont elle est composée.
4. On considère une similitude de rapport k. On a alors $s = d \circ h$ ou $s = h \circ d$, avec d un déplacement et h une homothétie de rapport l, et $k = |l|$.
   (a) Dans le cas où $s = d \circ h$, déterminer la transformation réciproque s^{-1} de s.
   (b) Même question dans le cas où $s = h \circ d$.
5. Conclure.

Exercice 2

1. Vérifier qu'un déplacement conserve les angles orientés.
2. Démontrer qu'une similitude conserve les angles orientés.

Exercice 3 Nous démontrerons plus tard autrement que par la géométrie pure que :

La composée de deux similitudes de rapports respectifs k et k' est une similitude de rapport kk'

qui est assez pénible à démontrer de cette manière. Mais la question de cet exercice est :
En quoi justement consisterait une telle preuve, autrement dit, que faudrait-il montrer précisément ?