

Devoir surveillé n°03 – mathématiques  
24/01/2012

**Exercice 1 (4 points)** On considère un carré direct  $ABCD$  (c'est à dire un carré  $ABCD$  tel que  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$ ) de centre  $I$ . Soit  $J, K, L$  les milieux respectifs des segments  $[AB], [CD]$  et  $[DA]$ .  $\Gamma_1$  désigne le cercle de diamètre  $[AI]$  et  $\Gamma_2$  désigne le cercle de diamètre  $[BK]$ .

1. Faire une figure représentant la situation (elle est à compléter par les points introduits au long de l'exercice).
2. Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe  $s$  telle que  $s(A) = I$  et  $s(B) = K$ .
3. (a) Démontrer que  $J$  est à une intersection des cercles  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ .  
(b) Soit  $\Omega$  le second point d'intersection des deux cercles  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ .  
On admet que  $\Omega$  est le centre de la similitude  $s$ . Bonus : le démontrer.
4. (a) Quelle est l'image par  $s$  du carré  $ABCD$ ?  
(b) Soit  $E$  l'image par  $s$  du point  $I$ . Démontrer que  $E$  est le milieu du segment  $[ID]$ .
5. En considérant la transformation  $t = s \circ s$ , démontrer que  $A, \Omega$  et  $E$  sont alignés.

Toute trace de recherche pertinente sera comptée.