

Exercice 1 Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, et donner une justification de la réponse choisie.

Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Toutefois, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, le point A d'affixe $2 - i$ et B l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

On note I le milieu du segment [AB].

Proposition 1 : « La similitude directe de centre A qui transforme I en O a pour écriture complexe $z' = (1 + i)z - 1 - 2i$. »

2. On considère l'équation (E) : $x^2 + y^2 = 0$ modulo 3, où $(x ; y)$ est un couple d'entiers relatifs.

Proposition 3 : « Il existe des couples $(x ; y)$ d'entiers relatifs solutions de (E) qui ne sont pas des couples de multiples de 3. »

3. Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3.

Proposition 4 : « Pour tout entier naturel k ($2 \leq k \leq n$), le nombre $n! + k$ n'est pas un nombre premier. »

Exercice 2 Pour chacune des propositions suivantes indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une justification de la réponse choisie.

Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Toutefois, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. **Proposition 1** : « Pour tout entier naturel n non nul, n et $2n + 1$ sont premiers entre eux. »

2. Soit x un entier relatif.

Proposition 2 : « $x^2 + x + 3 = 0$ (modulo 5) si et seulement si $x \equiv 1$ (modulo 5). »

3. Soit N un entier naturel dont l'écriture en base 10 est $\overline{aba7}$.

Proposition 3 : « Si N est divisible par 7 alors $a + b$ est divisible par 7. »

4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

Proposition 4 : « La similitude directe de rapport 2, d'angle $\frac{\pi}{6}$ et de centre le point d'affixe $1 - i$ a pour écriture complexe $z' = (\sqrt{3} + i)z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$. »