LYCÉE ALFRED KASTLER **1S**
2011–2012

Suites

On donne quatre listes infinies et numérotées de nombres appelées suites :

Suite u : $-5; -3; -1; 1; \dots$ **Suite v :** $0,125; 0,25; 0,5; 1; \dots$

Suite w : $0; 1; 4; 9; 16; \dots$ **Suite t :** $1; 2; 5; 14; 41; 122; \dots$

1. Recopier et compléter les quatre suites précédentes définies « logiquement », en donnant les deux nombres qui suivent.
2. Chaque nombre d'une liste s'appelle **terme** de la suite ; le numéro d'ordre du terme s'appelle de **rang** (ou l'**indice**) et s'indique en indice. On peut commencer au rang 0.

   Par exemple, pour la suite u, le 1^{er} terme, de rang 0, se note u_0 et vaut -5 ; le terme de rang 3, noté u_3, est le 4^e terme et vaut 1.

   Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang n	0	1	2	3	4	5
Terme $\mathbf{u_n}$	$u_0 = -5$	$u_1 = -3$	$u_2 = -1$	$u_3 = 1$		
Terme $\mathbf{v_n}$	$v_0 =$	$v_1 =$				
Terme $\mathbf{w_n}$						
Terme $\mathbf{t_n}$						

3. **Une première manière de voir.**
   (a) On note u_{19} le 20^e terme (de rang 19) de la suite u. Comment faire pour déterminer u_{19} sans calculer tous les termes précédents ?

   Plus généralement, on note u_n le $(n+1)$-ième terme (de rang n) de la suite u.

   Conjecturer une formule exprimant u_n en fonction de n.

   (b) Déterminer de même v_{19} sans calculer tous les termes précédents, puis conjecturer une formule exprimant v_n en fonction de n.

   (c) Faire de même avec la suite w.

   (d) Pour t_n, laquelle des trois formules semble convenir ?

$$t_n = 2n + 1 \quad ; \quad t_n = n^2 + 1 \quad ; \quad t_n = \frac{3^n + 1}{2}$$

4. **Une seconde manière de voir.**
   (a) Quelle relation existe-t-il entre u_{18} et u_{19} ?

   Déterminer de même une relation permettant de calculer u_{n+1} en fonction de u_n

   (b) De même, établir une relation permettant d'obtenir v_{n+1} à partir de v_n.

   (c) Exprimer aussi t_{n+1} en fonction de t_n.

   (d) Peut-on le faire avec la suite w ?